UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

COLECCIÓN: "ELECTROTECNIA PARA INGENIEROS NO ESPECIALISTAS"

TRANSFORMADORES

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

© 2008, Miguel Angel Rodríguez Pozueta
Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Está permitida la reproducción total o parcial de este documento con la condición inexcusable de citar su procedencia y su carácter gratuito.

Este documento puede descargarse gratuitamente desde esta Web: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm

ÍNDICE

TRANSFORMADORES

Descripción de un transformador ……..……..……..……. 1

Valores asignados o nominales ..…..……..……..……. 6

Circuito equivalente de un transformador monofásico ……..……..…… 6

Separación de los efectos de las resistencias y de los flujos de dispersión. Convenios de signos ……..……..... 7

Marcha industrial ……..…...……..……...…..…... 9

Marcha en vacío ……...……..…….…….. 9

Ecuación del circuito magnético ……..…...…...…..……..... 11

Reducción al primario ……..……..……...…..…... 11

Circuito equivalente ……..…….…….. 13

Circuito equivalente aproximado. Tensiones relativas de cortocircuito …….. 14

Circuito equivalente aproximado ……..……..……...…..…... 14

Tensiones relativas de cortocircuito ……..…….…….. 15

Falta o fallo de cortocircuito …….…… 16

Intensidades y tensiones en un transformador en carga ……...… 18

Relación entre las corrientes I_1 e I_2 en un transformador en carga …... 18

Caída de tensión ……...……..……...…..…... 18

Balance de potencias. Rendimiento ……..……..…….. 20

Balance de potencias …… 20

Rendimiento de un transformador ……..……..……...….. 22

Consecuencias prácticas ……..……..…….. 23

Transformadores trifásicos con cargas equilibradas ……..... 24

Designación de terminales …….……...… 32

Índice horario ……..……... 33

Transformadores conectados en paralelo …… 36

Condiciones para que varios transformadores se puedan conectar en paralelo ……..…....….. 36

Ecuación fundamental para transformadores en paralelo ……...….. 37

Potencia máxima total ……... 40

Autotransformadores ……..……... 43

Transformadores de medida y de protección …….……... 44

Bibliografía ……... 46

Problemas de transformadores ……...……...…….. 47

Soluciones a los problemas propuestos de transformadores ….....….. 50

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

TRANSFORMADORES

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

DESCRIPCIÓN DE UN TRANSFORMADOR

Los transformadores son máquinas estáticas con dos devanados[1] de corriente alterna arrollados sobre un núcleo magnético (Fig. 1). El devanado por donde entra energía al transformador se denomina **primario** y el devanado por donde sale energía hacia las cargas[2] que son alimentadas por el transformador se denomina **secundario**. El devanado primario tiene N_1 espiras y el secundario tiene N_2 espiras. El circuito magnético de esta máquina lo constituye un núcleo magnético sin entrehierros, el cual no está realizado con hierro macizo sino con chapas de acero al silicio apiladas y aisladas entre sí (véanse las Figs. 2, 3 y 4). De esta manera se reducen las pérdidas magnéticas del transformador.

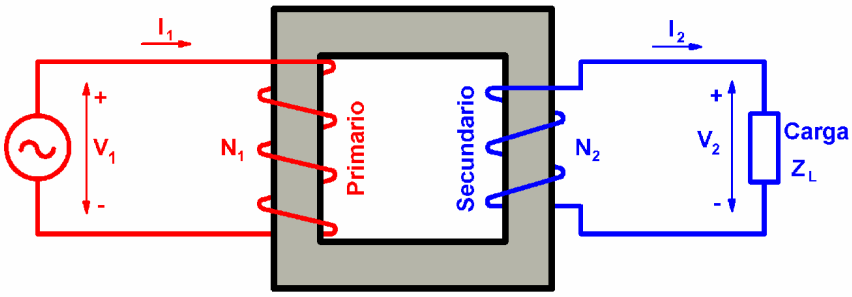


Fig. 1: Principio de funcionamiento de un transformador monofásico

Al conectar una tensión alterna V_1 al primario, circula una corriente por él que genera un flujo alterno en el núcleo magnético. Este flujo magnético, en virtud de la Ley de Faraday, induce en el secundario una fuerza electromotriz (f.e.m.) E_2 que da lugar a una tensión V_2 en bornes de este devanado. De esta manera se consigue transformar una tensión alterna de valor eficaz V_1 en otra de valor eficaz V_2 y de la misma frecuencia. Nótese que esta máquina sólo vale para transformar tensiones alternas, pero no sirve para tensiones continuas.

El **devanado de alta tensión** (A.T.) es el de mayor tensión y el **devanado de baja tensión** (B.T.) es el de menor tensión. Un **transformador elevador** tiene el lado de baja tensión en el primario y el de A.T. en el secundario. Un **transformador reductor** tiene el lado de alta tensión en el primario y el de B.T. en el secundario.

El transformador es una máquina reversible. Un mismo transformador puede alimentarse por el lado A.T. y funcionar como transformador reductor o alimentarse por el lado de B.T. y actuar como un transformador elevador.

En las Figs. 2 se muestran dos **transformadores monofásicos**. El transformador de la Fig. 2a es un transformador monofásico **de columnas**. En este transformador el núcleo magnético tiene forma rectangular y consta de dos columnas (donde se arrollan los devanados) y dos yugos o culatas, todos de igual sección. Aunque para facilitar el análisis teórico del

[1] Los términos *devanado*, *bobinado* y *arrollamiento* son sinónimos y en este texto se utilizarán indistintamente.
[2] Se denomina *carga* a un elemento que consume potencia. También se denomina *carga de un transformador* a la potencia que suministra. En consecuencia, se dice que un transformador está *en carga* cuando está proporcionando una potencia no nula por su devanado secundario.

transformador se suele dibujar con un devanando arrollado sobre una columna y el otro sobre la otra columna (Fig. 1), la realidad es que en un transformador de columnas se bobina primero el devanado de menor tensión (devanado de B.T.) repartido entre las dos columnas (mitad en una columna y mitad en la otra), se coloca una capa de material aislante sobre este primer devanado y se bobina ahora el devanado de mayor tensión (el devanado de A.T.) sobre el anterior y también repartido mitad en una columna y mitad en la otra. De esta manera se reducen los flujos de dispersión (debidos a las líneas de campo magnético generadas por un devanado y que no llegan al otro). En la Fig. 2b se muestra un transformador monofásico **acorazado**, el cual tiene un núcleo magnético de tres columnas, teniendo la columna central doble sección que las otras columnas y que los yugos. Los dos devanados se bobinan sobre la columna central, uno sobre el otro y con una capa aislante intermedia. Al estar los devanados más rodeados del hierro del núcleo magnético, se consigue en los transformadores acorazados que los flujos de dispersión sean menores que en los de columnas.

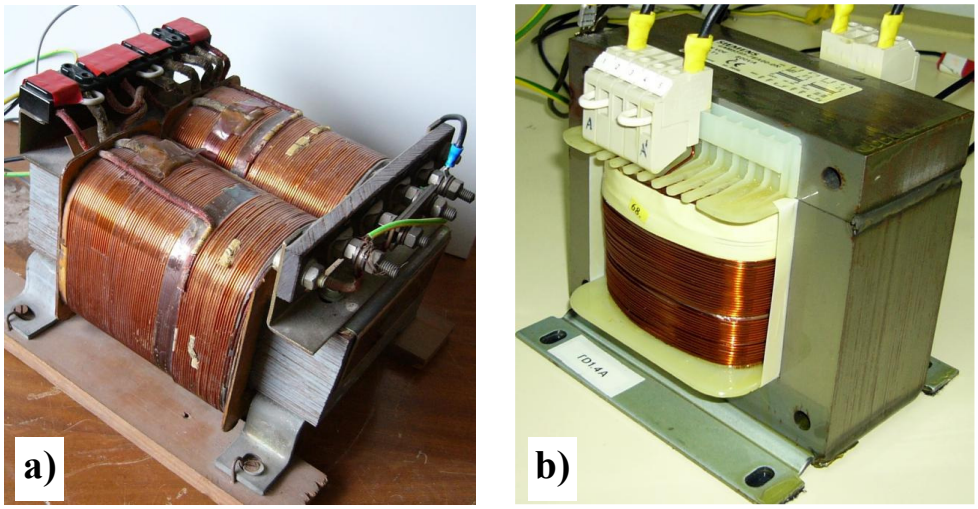


Fig. 2: Transformadores monofásicos: ***a)*** *De columnas;* ***b)*** *Acorazado*

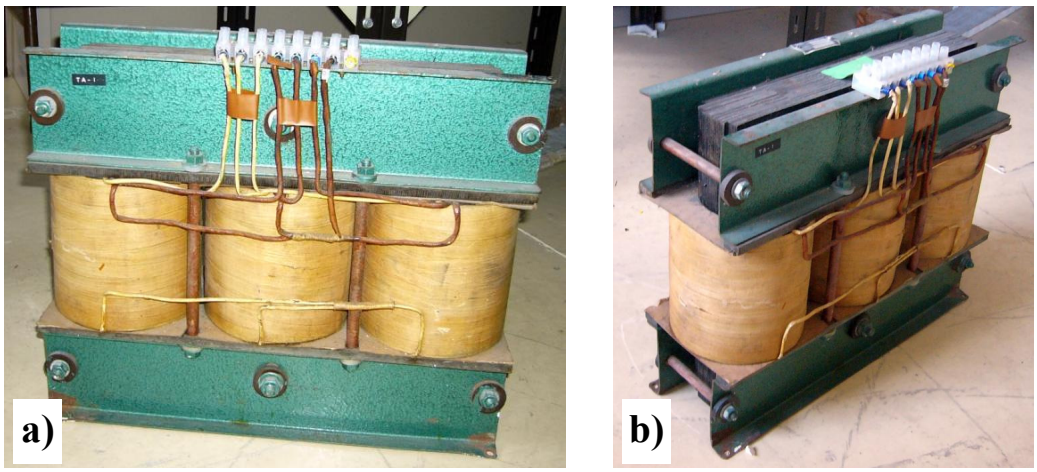


Fig. 3: Transformadores trifásicos de tres columnas

Los **transformadores trifásicos** más habituales suelen ser **de tres columnas** (Figs. 3). El núcleo magnético de estos transformadores tiene tres columnas de igual sección e igual a la de los yugos. Sobre cada columna se bobinan (uno sobre el otro con una capa de aislamiento intermedia) los dos devanados (primario y secundario) de una de las fases. Las tres fases del primario se conectan entre sí en estrella, en triángulo o mediante una conexión especial denominada zig-zag que se estudiará más adelante. Análogamente sucede con las tres fases del secundario.

También existen otros tipos de transformadores trifásicos: **de cinco columnas** (con dos columnas adicionales sin devanados a ambos lados del núcleo magnético) y **acorazados**.

En una red trifásica, además de un transformador trifásico, también se puede utilizar un **banco de tres transformadores monofásicos.** Los primarios de los tres transformadores monofásicos se pueden conectar en estrella o en triángulo y lo mismo pasa con los secundarios.

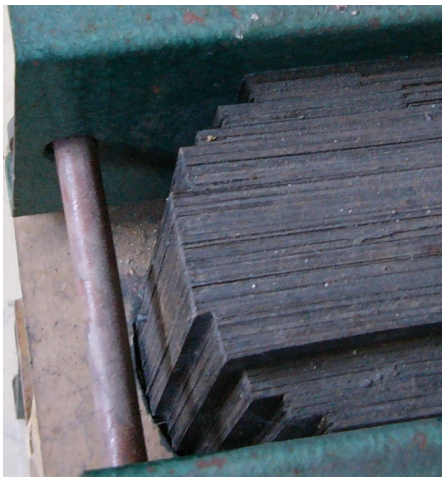


Fig. 4: Detalle de la columna de un transformador trifásico

La Fig. 4 muestra la sección de una de las columnas de un transformador trifásico. En ella se aprecia como está construida a base de apilar chapas de acero de pequeño espesor y que, en este caso, tiene una sección escalonada y no rectangular, a diferencia de los transformadores de las Figs. 2. Esta forma escalonada para las columnas se adopta en transformadores a partir de cierta potencia, ya que proporciona a las espiras de los bobinados una forma más próxima a la circular, que es la que permite soportar mejor los esfuerzos mecánicos a los que se ven sometidas si se producen cortocircuitos.

Las Figs. 2 y 3 muestran varios **transformadores secos**. En ellos el calor generado durante el funcionamiento de la máquina se evacua hacia el aire circundante a través de su superficie externa.

Hoy en día se utilizan bastante los transformadores secos encapsulados en resina epoxi, en los cuales el devanado de alta tensión está totalmente encapsulado en una masa de resina epoxi. Estos transformadores son muy seguros al no propagar la llama y ser autoextinguibles.

Para potencias altas tradicionalmente se han empleado los **transformadores en baño de aceite** (Figs. 5), los cuáles tienen su parte activa (núcleo magnético y devanados) en el interior de una cuba llena de aceite mineral o aceite de siliconas. En estos transformadores el aceite realiza una doble función: aislante y refrigerante. El calor generado por la parte activa del transformador se transmite al aceite y este evacua el calor al aire ambiente a través de la superficie externa de la cuba. Para facilitar la transmisión de calor a través de la cuba ésta posee aletas o radiadores que aumentan su superficie externa. En algunos casos el aceite es refrigerado por otro fluido (por ejemplo, agua) a través de un intercambiador de calor.

En su forma clásica, la cuba de un transformador en baño de aceite posee un **depósito de expansión** o **conservador** en su parte superior (Figs. 5). Este depósito, en forma de cilindro horizontal, sirve para absorber las variaciones de volumen del aceite de la cuba provocadas por el calentamiento de la máquina cuando está funcionando. Además, de esta manera se reduce la superficie de contacto entre el aceite y el aire, lo que alarga la vida útil del aceite. Por otra parte, la entrada de aire al depósito de expansión suele realizarse a través de un pequeño depósito de silicagel o gel de sílice que lo deseca, mejorando así la conservación del aceite de la cuba. En efecto, el gel de sílice es una sustancia que se presenta en forma de bolitas y que muestra una gran capacidad para absorber la humedad del aire. El depósito de expansión incluye un nivel de aceite, que consiste en una ventana o en un tubo de cristal (ver la Fig. 5b) que permite vigilar que el nivel del aceite es el adecuado.

En la parte superior del depósito de expansión está el tapón de llenado del aceite (ver la Fig. 5a), mientras que en la parte inferior de la cuba se encuentra el grifo de vaciado (Fig. 6a).

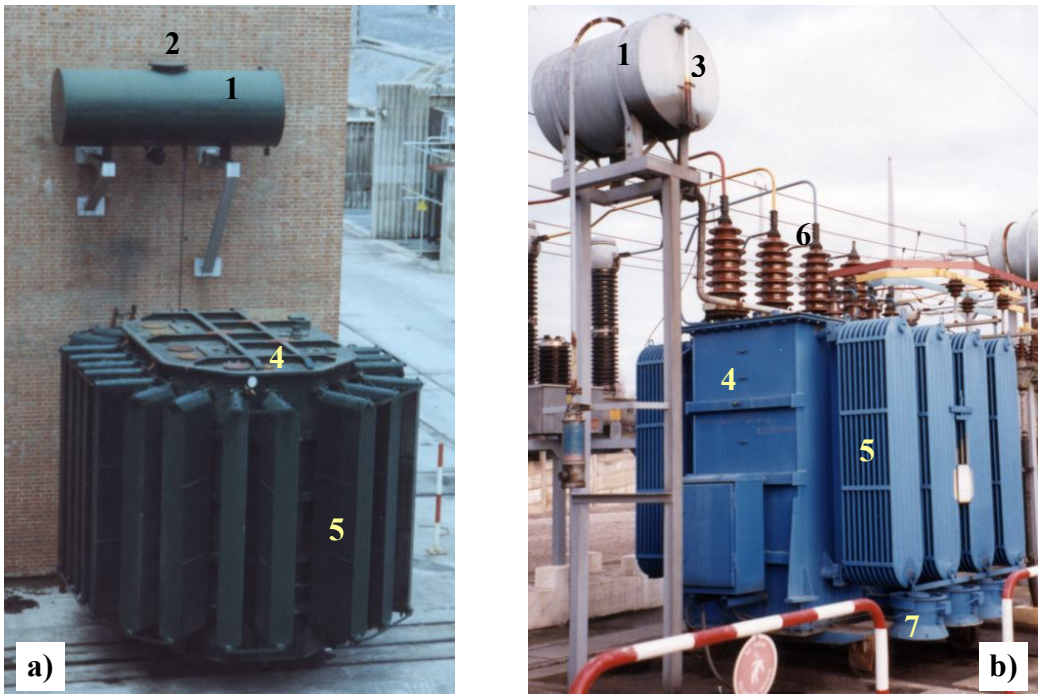


Fig. 5: Transformadores en baño de aceite
1: Depósito de expansión; *2: Tapón de llenado*
3: Nivel de aceite *4: Cuba del transformador*
5: Radiadores *6: Pasatapas de A.T.*
7: Ventiladores para enviar aire hacia los radiadores

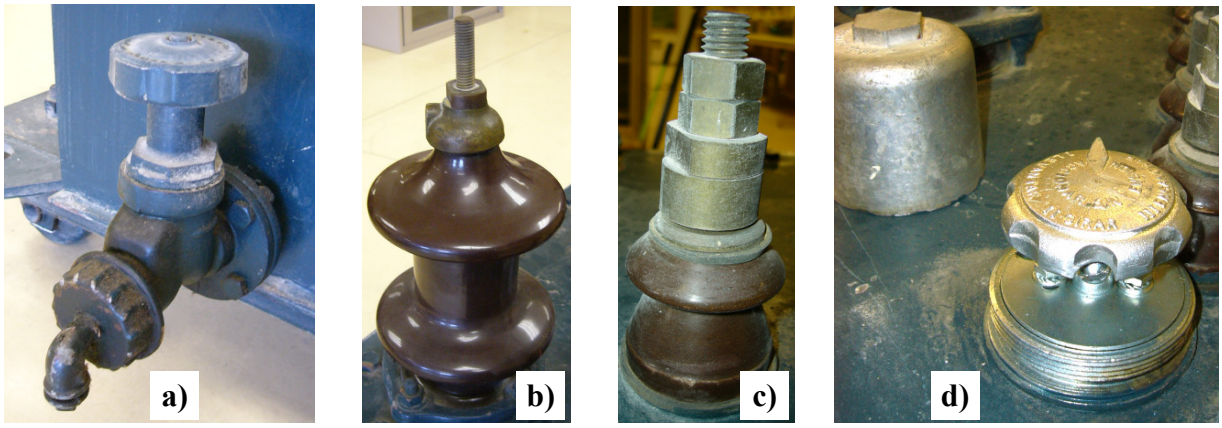


Fig. 6: Elementos de un transformador en baño de aceite:
***a)** Grifo de vaciado* ***b)** Aislador pasatapas de A.T.*
***c)** Aislador pasatapas de B.T.* ***d)** Mando del conmutador de tensiones*

Los bornes de los transformadores de media tensión se sacan al exterior de la cuba a través de **aisladores pasantes** o **pasatapas** de porcelana (Figs. 5b, 6b y 6c), que son tanto más altos cuanto mayor es la tensión que deben soportar.

Los transformadores usualmente disponen de un **conmutador** o **regulador de tensión** (Fig. 6d) que permite modificar ligeramente la relación de transformación de la máquina (normalmente ±5%) para adaptarla a las necesidades concretas de cada aplicación. Estos conmutadores pueden ser sin tensión (se deben accionar con el transformador desconectado) o bajo carga (pueden accionarse con el transformador con tensión y con carga).

Los transformadores en baño de aceite suelen incorporar varios elementos de protección: por temperatura, por nivel de aceite, relé Buchholz, ...

El **relé Buchholz** detecta las burbujas de gas que se producen cuando se quema el aceite debido a un calentamiento anormal del transformador. Por lo tanto, este relé permite proteger al transformador de sobrecargas, cortocircuitos, fallos de aislamiento, etc.

Según la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI), el **tipo de refrigeración** de un transformador se designa mediante cuatro letras. Las dos primeras se refieren al refrigerante primario (el que está en contacto directo con la parte activa de la máquina) y las dos últimas se refieren al refrigerante secundario (que enfría al refrigerante primario). De cada par de letras, la primera indica de qué fluido se trata y la segunda señala su modo de circulación (Tabla I).

Tabla I: Designación de la refrigeración de un transformador

Tipo de Fluido	Símbolo	Tipo de circulación	Símbolo
Aceite mineral	O	Natural	N
Pyraleno	L	Forzada	F
Gas	G		
Agua	W		
Aire	A		
Aislante sólido	S		

Así, un transformador ONAN es un transformador en baño de aceite en el que el aceite es el refrigerante primario y se mueve por convección natural; es decir, por las diferentes densidades que tienen el aceite caliente, en contacto con la parte activa, y el aceite frío, enfriado por el refrigerante secundario. El refrigerante secundario es, en este ejemplo, el aire que rodea a la cuba del transformador, el cual circula también por convección natural. Un transformador ONAF (Fig. 5b) es un transformador en baño de aceite similar al ONAN, salvo que en este caso el aire se envía hacia la cuba mediante ventiladores (circulación forzada del aire).

Los transformadores secos, que carecen de refrigerante secundario, se designan mediante sólo dos letras. Así, un transformador AN (Figs. 2 y 3) es un transformador seco refrigerado por el aire ambiente que circula por convección natural.

En la Fig. 7 se muestran algunos de los símbolos empleados para representar transformadores. Los tres primeros se refieren a transformadores monofásicos y los tres últimos a transformadores trifásicos.

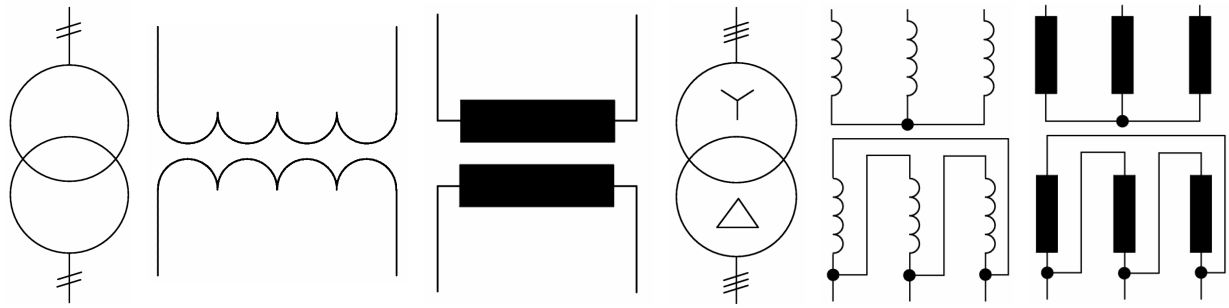


Fig. 7: Símbolos de transformadores

VALORES ASIGNADOS O NOMINALES

Las **tensiones asignadas o nominales** (V_{1N}, V_{2N}) son aquellas para las que se ha diseñado el transformador. Estas tensiones son proporcionales al número de espiras (N_1 y N_2) de cada devanado.

La **potencia asignada o nominal** (S_N) es la potencia aparente del transformador que el fabricante garantiza que no produce calentamientos peligrosos durante un funcionamiento continuo de la máquina. Los dos devanados del transformador tienen la misma potencia asignada.

Las **corrientes nominales** o **asignadas** (I_{1N}, I_{2N}) se obtienen a partir de las tensiones asignadas y de la potencia asignada. Así, en un transformador monofásico se tiene que:

$$S_N = V_{1N} \cdot I_{1N} = V_{2N} \cdot I_{2N} \qquad (1)$$

La **relación de transformación** (m) es el cociente entre las tensiones asignadas del primario y del secundario:

$$m = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} \qquad (2)$$

Teniendo en cuenta la relación (1) y que las tensiones asignadas son proporcionales a los respectivos números de espiras, se deduce que

$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{2N}}{I_{1N}} \qquad (3)$$

La **relación de transformación asignada** es el cociente entre las tensiones asignadas del bobinado de A.T. y del bobinado de B.T.:

$$\frac{V_{AT\,N}}{V_{BT\,N}} \qquad (4)$$

Por consiguiente, en un transformador reductor la relación de transformación asignada es igual a la relación de transformación m, mientras que en un transformador elevador es igual a la inversa de m.

CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

El circuito equivalente de un transformador representa de una manera sencilla y bastante exacta el funcionamiento de un transformador real.

Mediante esta técnica, el análisis de un transformador se va a reducir a la resolución de un sencillo circuito eléctrico de c.a.

Separación de los efectos de las resistencias y de los flujos de dispersión. Convenios de signos

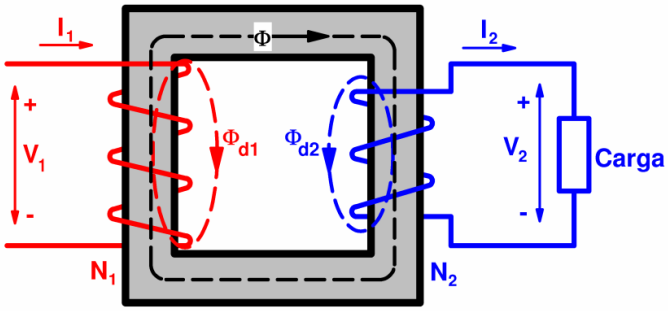


Fig. 8: Transformador en carga

En la Fig. 8 está representado el esquema de un transformador real en carga. En él están reflejados los convenios de signos que se van a utilizar en este texto para analizar esta máquina. Es preciso señalar que otros autores emplean unos convenios de signos diferentes, lo que deberá ser tenido en cuenta por el lector si consulta otros libros.

Para las corrientes y los flujos se ha adoptado un criterio de signos tal que cuando la corriente de primario, I_1, es positiva crea (siguiendo la regla del sacacorchos) un flujo común, Φ, positivo; pero una corriente secundaria, I_2, positiva genera un flujo Φ negativo. Los devanados tienen, respectivamente, unas resistencias R_1 y R_2 y generan unos flujos de dispersión Φ_{d1} y Φ_{d2}, además del flujo común Φ. El flujo Φ_{d1} es la parte del flujo generado en el devanado primario que no es abrazada por el devanado secundario y el flujo Φ_{d2} es la parte del flujo creado en el devanado secundario que no es abrazada por el devanado primario. El convenio de signos adoptado para los flujos de dispersión es tal que una corriente I_1 positiva genera un flujo de dispersión Φ_{d1} positivo y, análogamente, una corriente I_2 positiva da lugar a un flujo Φ_{d2} positivo.

Las líneas de campo magnético correspondientes a los flujos de dispersión tienen un recorrido que incluye el núcleo magnético (de hierro), pero también el fluido que rodea al núcleo y, en su caso, la cuba del transformador. Esto significa que los flujos Φ_{d1} y Φ_{d2} circulan en gran medida fuera del hierro (luego, apenas les afecta el grado de saturación que exista en el núcleo magnético) y, además, sólo son debidos a una de las corrientes I_1 e I_2, respectivamente. Por consiguiente, su efecto equivale al de unas bobinas con coeficientes de autoinducción prácticamente constantes dados por estas relaciones:

$$L_{d1} = N_1 \frac{\Phi_{d1}}{I_1} \qquad L_{d2} = N_2 \frac{\Phi_{d2}}{I_2} \tag{5}$$

Las **reactancias de dispersión** X_1 y X_2 debidas a estos coeficientes de autoinducción valen:

$$X_1 = 2\,\pi\,f\,L_{d1} \qquad X_2 = 2\,\pi\,f\,L_{d2} \tag{6}$$

donde f es la frecuencia.

Por lo tanto, para facilitar su análisis, el transformador de la Fig. 8 se lo sustituye por otro ideal en el que los devanados carecen de resistencia y de flujo de dispersión, pero al que se han conectado en serie con cada devanado una resistencia y una autoinducción para que se comporte como el transformador real de la Fig. 8. Así se obtiene el transformador de la Fig. 9.

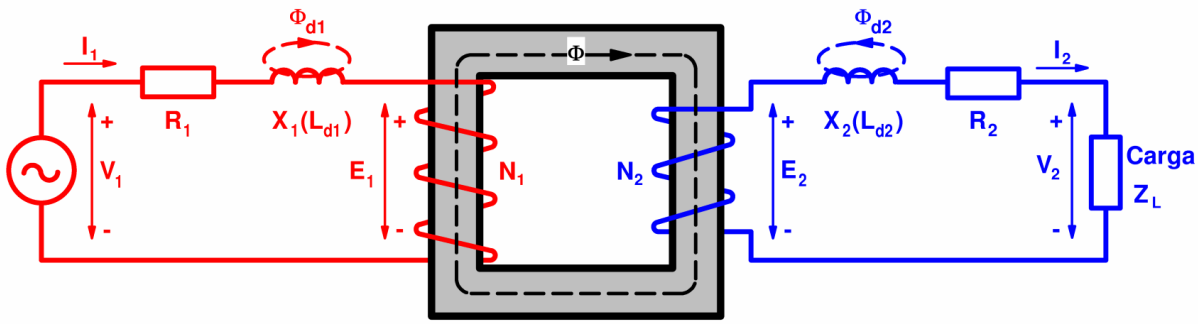


Fig. 9: Separación de las resistencias y de las reactancias de dispersión

Se denominan e_1 y e_2 a los respectivos valores instantáneos de las f.e.m.s inducidas por el flujo común Φ sobre los devanados primario y secundario. Realmente, aunque por comodidad se van a denominar f.e.m.s a e_1 y e_2, se va a adoptar para ellas el convenio de signos correspondiente a las fuerzas contraelectromotrices (f.c.e.m.s). Esto significa que la *Ley de Faraday* se debe aplicar en este caso con signo +:

$$e_1 = +\frac{d\,\Psi_1}{d\,t} = N_1\frac{d\,\Phi}{d\,t} \qquad e_2 = +\frac{d\,\Psi_2}{d\,t} = N_2\frac{d\,\Phi}{d\,t} \tag{7}$$

El convenio de signos para estas f.e.m.s es, pues, que e_1 y e_2 positivas intentan generar corrientes que originen un flujo común Φ negativo. Este convenio está representado en la Fig. 9.

En efecto, el signo de una f.e.m. viene dado por la *Ley de Lenz*: "el signo de una f.e.m. es tal que se opone a las variaciones de flujo que la generan".

Según la expresión (7), e_1 será positiva si la derivada del flujo también lo es; es decir, si el flujo está aumentando. En estas condiciones e_1 será tal que intente evitar que el flujo común Φ aumente y, en consecuencia, tratará de originar una corriente en el devanado primario que de lugar a un flujo negativo. En resumen, e_1 tendrá signo positivo cuando intente generar una corriente I_1 negativa, que es lo que está representado en la Fig. 9.

Análogamente, cuando e_2 sea positiva tratará de originar una corriente en el devanado secundario que provoque un flujo negativo. Luego e_2 tendrá signo positivo cuando intente generar una corriente I_2 positiva (recuerde el convenio de signos para las corrientes y los flujos), que es lo que está representado en la Fig. 9.

Si Φ_M es el valor máximo del flujo común, los valores eficaces E_1 y E_2 de e_1 y e_2, respectivamente, se obtienen mediante las siguientes relaciones deducidas a partir de la (7):

$$E_1 = 4{,}44\,N_1\,f\,\Phi_M \qquad E_2 = 4{,}44\,N_2\,f\,\Phi_M \tag{8}$$

De (8) se obtiene que el cociente entre estas f.e.m.s es igual a la relación de transformación m:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \tag{9}$$

El transformador absorbe potencia por el primario. Por esta razón, se ha adoptado para V_1 el convenio de signos de *carga*: es la tensión V_1 de la red que alimenta al primario la que origina la corriente I_1. Luego, la tensión V_1 será positiva cuando dé lugar a una corriente I_1 positiva (como se ha representado en la Fig. 9).

Sin embargo, el transformador suministra potencia por su secundario, por lo que se ha adoptado para V_2 el convenio de signos *generador*: la corriente I_2 es generada por f.e.m. E_2 y la tensión V_2 se opone a I_2. Por lo tanto, una tensión V_2 positiva tiende a que la corriente I_2 sea negativa (como se ha representado en la Fig. 9).

Observando la Fig. 9 se deduce que se verifican las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \overline{V}_1 &= \overline{E}_1 + R_1 \bar{I}_1 + j X_1 \bar{I}_1 \\ \overline{E}_2 &= \overline{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + j X_2 \bar{I}_2 \end{aligned} \qquad (10)$$

Marcha industrial

Se dice que un transformador funciona con una marcha industrial cuando su primario se encuentra alimentado a la tensión y frecuencia asignadas. Por lo tanto, lo habitual es que un transformador esté funcionando con una de estas marchas.

Hay muchas marchas industriales, siendo las más significativas la marcha en vacío, cuando el transformador no tiene ninguna carga en el secundario, y la marcha asignada o nominal, cuando funciona suministrando la potencia asignada.

Si en todas las marchas industriales la tensión y la frecuencia primarias son las mismas (la tensión y la frecuencia asignadas), el valor eficaz E_1 de la f.e.m. primaria también es prácticamente igual en todas ellas (en la primera de las ecuaciones (10) las caídas de tensión en R_1 y X_1 son muy pequeñas frente a E_1). En consecuencia, de acuerdo con (8) el valor máximo Φ_M del flujo magnético común prácticamente conserva el mismo valor en todas las marchas industriales.

Como se estudiará más adelante, en un transformador se producen las denominadas pérdidas[3] en el hierro, P_{Fe}, que es la potencia perdida debida a los fenómenos de la histéresis magnética y de las corrientes de Foucault. Estas pérdidas tienen un valor proporcional al valor máximo del campo magnético común (o, lo que es equivalente, al valor máximo del flujo magnético común, Φ_M) y a la frecuencia. En consecuencia, en todas las marchas industriales de un transformador las pérdidas en el hierro P_{Fe} tienen prácticamente el mismo valor.

Marcha en vacío

Un transformador se dice que funciona **en vacío** (Fig. 10) cuando su primario se conecta a la tensión asignada (V_{1N}) y su secundario se deja en circuito abierto (luego, $I_2 = 0$). La marcha en vacío es, pues, una de las marchas industriales del transformador. Cuando un transformador funciona en vacío se denominan I_0, P_0, $\cos \varphi_0$ y V_{20} a la corriente primaria, a la potencia absorbida por el primario, al factor de potencia en el primario y a la tensión en bornes del secundario, respectivamente.

[3] Se denomina *pérdidas* a una potencia que no se aprovecha (potencia perdida) y que se disipa en forma de calor.

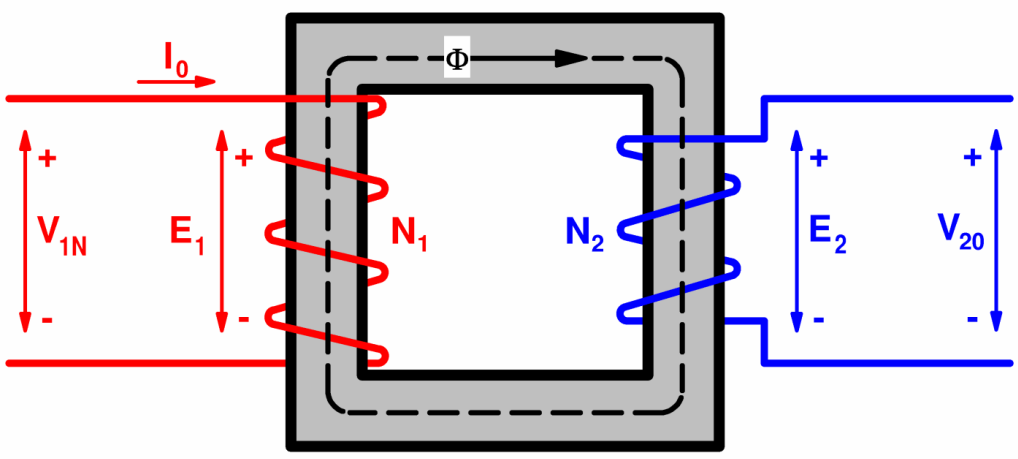


Fig. 10: Transformador en vacío

El valor eficaz I_0 de la corriente de vacío es tan pequeño (I_0 no suele superar el 5% de I_{1N}) que se pueden despreciar las caídas de tensión en el primario (caídas de tensión en la reactancia de dispersión X_1 y en la resistencia R_1 del devanado primario). Luego,

$$\text{En vacío: } V_1 = V_{1N} \text{ y, además, } I_0 << \rightarrow \overline{V}_1 = \overline{E}_1 \qquad (11a)$$

Por otra parte, en vacío la corriente del secundario es nula, luego

$$I_2 = 0 \rightarrow \overline{V}_{20} = \overline{E}_2 \qquad (11b)$$

Así pues, teniendo en cuenta las relaciones (2), (9) y (11), se deduce que

$$m = \frac{E_1}{E_2} = \frac{V_{1N}}{V_{20}} \qquad V_{20} = V_{2N} \qquad (12)$$

Un transformador en carga absorbe por el primario la potencia activa P_1. Una pequeña parte de esta potencia se pierde en la propia máquina, provocando su calentamiento, y el resto es la potencia activa P_2 que el transformador suministra por el secundario a las cargas alimentadas por él. En los devanados de la máquina se producen las denominadas pérdidas en el cobre en el primario y en el secundario, P_{Cu1} y P_{Cu2}, que son las debidas al efecto Joule cuando circulan las corrientes I_1 e I_2 por las resistencias R_1 y R_2, respectivamente, de estos devanados. La potencia de pérdidas en el cobre totales, P_{Cu}, es la suma de las pérdidas en el cobre del primario y del secundario ($P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2}$). Además, en el núcleo magnético del transformador se producen las pérdidas en el hierro, P_{Fe}. Más adelante se analizarán con más detalle las potencias en un transformador.

En vacío la potencia suministrada por el secundario (P_2) y las pérdidas en el cobre en el secundario (P_{Cu2}) son nulas (pues I_2 es nula) y las pérdidas en el cobre en el primario (P_{Cu1}) son muy pequeñas (pues I_0 es muy pequeña). Luego, en vacío la potencia activa consumida por el primario (P_0) prácticamente es igual a las pérdidas que se producen en el núcleo magnético o pérdidas en el hierro (P_{Fe}) de la máquina:

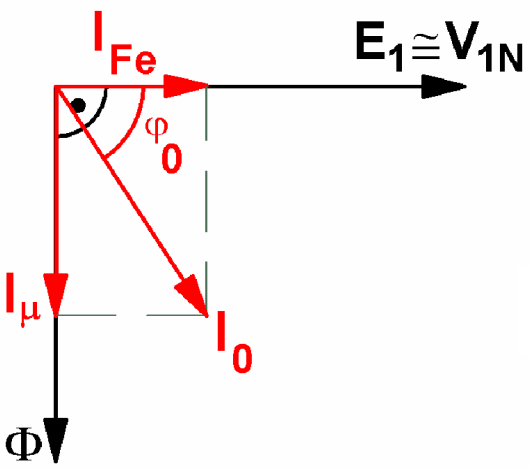


Fig. 11: Diagrama fasorial de un transformador

$$P_0 = P_{Fe} \qquad (13)$$

Por consiguiente, durante la marcha en vacío el diagrama fasorial del transformador es el representado en la Fig. 11. En esta figura se observa que la corriente de vacío $\bar{I}_0$ se puede separar en dos componentes perpendiculares entre sí. Una de estas componentes, $\bar{I}_\mu$, está en fase con el flujo común, $\bar{\Phi}$, y es la que genera dicho flujo. $\bar{I}_\mu$ es perpendicular a la f.e.m. $\bar{E}_1$ y a la tensión $\bar{V}_1$, luego no da lugar a ningún consumo potencia activa. Es preciso, pues que exista además otra componente, $\bar{I}_{Fe}$, de la corriente $\bar{I}_0$ que esté en fase con la tensión $\bar{V}_1$ del primario y origine el consumo de la potencia P_0. Luego, se tiene que:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{Fe} + \bar{I}_\mu \qquad (14)$$

Ecuación del circuito magnético

En vacío el flujo común Φ es originado únicamente por la corriente I_0, mientras que en carga es debido a la acción conjunta de las corrientes I_1 e I_2. Si ambos estados corresponden a marchas industriales, el flujo común prácticamente conserva el mismo valor en ellos y, por tanto, la fuerza magnetomotriz total del circuito magnético también es prácticamente la misma. Así pues, se verifica que:

$$N_1 \bar{I}_1 - N_2 \bar{I}_2 = N_1 \bar{I}_0 \rightarrow \bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)\bar{I}_2 \qquad (15)$$

En esta expresión el efecto de la corriente secundaria I_2 está afectado de un signo negativo debido al convenio de signos adoptado para las corrientes y los flujos.

Reducción al primario

Desde un punto de vista *matemático* la reducción al primario consiste en un cambio de variable en las magnitudes del secundario que facilita el análisis de esta máquina. Las magnitudes secundarias reducidas al primario I'_2, V'_2, Z'_2, R'_2 y X'_2 se obtienen mediante las relaciones (16).

$$\boxed{\begin{aligned} \overline{V}'_2 &= m\,\overline{V}_2 \\ \bar{I}'_2 &= \frac{\bar{I}_2}{m} \\ Z'_L &= \frac{V'_2}{I'_2} = m^2\,Z_L \\ R'_2 &= m^2\,R_2 \\ X'_2 &= m^2\,X_2 \end{aligned}} \qquad (16)$$

Desde un punto de vista *físico* la reducción del secundario al primario consiste en sustituir el devanado secundario por otro equivalente de forma que el resto de la máquina no se vea afectado por este cambio. Esto significa que al sustituir el secundario real por el equivalente las magnitudes del primario, el flujo de potencia a través del transformador y el campo magnético no cambiarán y, por lo tanto, el flujo común máximo Φ_M seguirá conservando el mismo valor. Además, el secundario equivalente se elige de forma que tenga el mismo número de espiras que el primario. Así pues, se tiene que

$$N'_2 = N_1 = m \cdot N_2 \qquad (17)$$

Como el número de espiras del secundario reducido al primario es idéntico al del primario y el flujo común no cambia cuando se utiliza el secundario reducido al primario, se deduce que la f.e.m. inducida sobre este secundario equivalente E'_2 es la misma que la del primario E_1. Por lo tanto, se cumple que:

$$E'_2 = 4{,}44\,N'_2\,f\,\Phi_M = 4{,}44\,N_1\,f\,\Phi_M = E_1 \quad \rightarrow \quad \overline{E}'_2 = m \cdot \overline{E}_2 = \overline{E}_1 \qquad (18)$$

Análogamente, la tensión en bornes V'_2 y las caídas de tensión en los secundarios reducido al primario y real están ligados mediante una relación similar a la (18) (véase (16)).

Para que el flujo común sea el mismo que con el secundario real, el secundario reducido al primario debe generar la misma f.m.m. que el secundario real:

$$N'_2 \cdot \bar{I}'_2 = N_2 \cdot \bar{I}_2 \quad \rightarrow \quad \bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{N_1 / N_2} = \frac{\bar{I}_2}{m}$$

También se puede demostrar que la resistencia R'_2, la reactancia X'_2 y la impedancia Z'_L de este secundario equivalente están relacionadas con las respectivas magnitudes del secundario real mediante las expresiones incluidas en (16).

Comparando las relaciones (3) y (16) se deduce fácilmente que:

$$V'_{2N} = V_{1N} \qquad I'_{2N} = I_{1N} \qquad (19)$$

Se puede comprobar que en la reducción del primario al secundario se conservan los ángulos de fase y que las potencias activa, reactiva y aparente del secundario no varían, lo que se resume en las expresiones (20):

$$\left.\begin{aligned} S_2 &= V_2\, I_2 = V_2\, m\, \frac{I_2}{m} = V'_2\, I'_2 \\ P_2 &= V_2\, I_2 \cos\varphi_2 = V'_2\, I'_2 \cos\varphi_2 \\ Q_2 &= V_2\, I_2 \operatorname{sen}\varphi_2 = V'_2\, I'_2 \operatorname{sen}\varphi_2 \end{aligned}\right| \qquad (20)$$

En la reducción del secundario al primario también se conservan los valores del flujo común Φ y de las pérdidas en la máquina. Por consiguiente, el rendimiento no cambia.

De lo anterior se deduce que el comportamiento de un transformador se puede analizar utilizando los valores reales de las magnitudes del secundario o los valores reducidos al primario. Con los dos sistemas se obtienen los mismos resultados, pero resulta más cómodo trabajar con valores reducidos al primario.

Circuito equivalente

Trabajando con las magnitudes del secundario reducidas al primario, las expresiones (10), (14) y (15) que representan el comportamiento del transformador se convierten en estas otras:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_2 \\ \bar{I}_0 &= \bar{I}_{Fe} + \bar{I}_\mu \\ \bar{V}_1 &= \bar{E}_1 + \bar{I}_1 (R_1 + j X_1) \\ \bar{E}'_2 = \bar{E}_1 &= \bar{V}'_2 + \bar{I}'_2 (R'_2 + j X'_2) \end{aligned} \qquad (21)$$

El circuito equivalente de un transformador monofásico está representado en la Fig. 12. Se puede comprobar que este circuito equivalente verifica las relaciones (21) y, por lo tanto, refleja fielmente el funcionamiento del transformador.

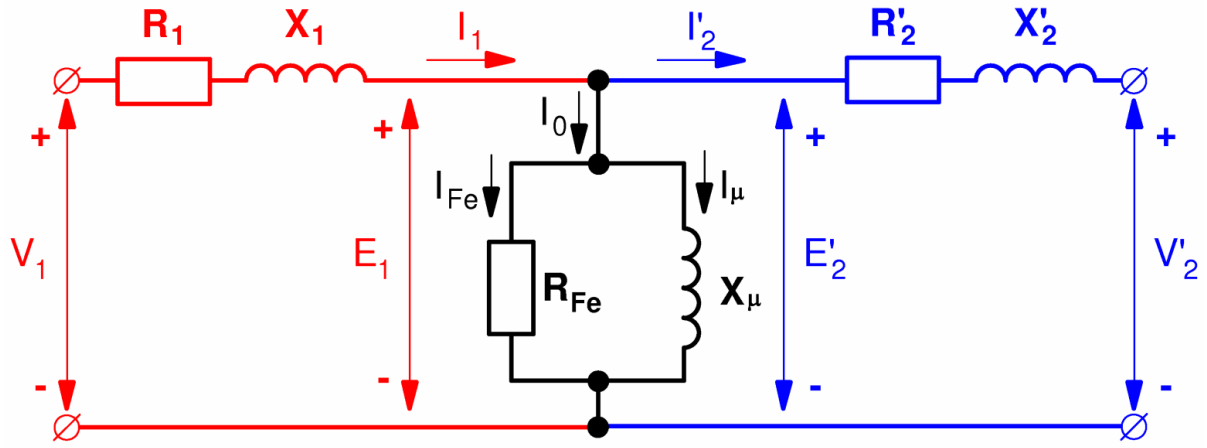


Fig. 12: Circuito equivalente de un transformador

Las ecuaciones (21) se pueden representar gráficamente mediante el **diagrama fasorial** mostrado en la Fig. 13.

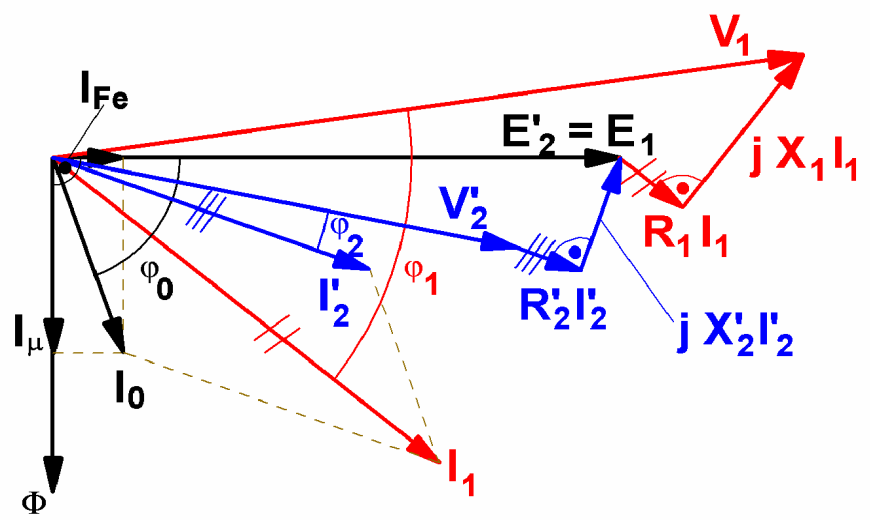


Fig. 13: Diagrama fasorial de un transformador con el secundario reducido al primario

Con el objeto de que la Fig. 13 sea más clara, en ella se han exagerado las caídas de tensión. En realidad las tensiones $\overline{V}_1$ y $\overline{V}'_2$ prácticamente están en fase.

CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO. TENSIONES RELATIVAS DE CORTOCIRCUITO

Circuito equivalente aproximado

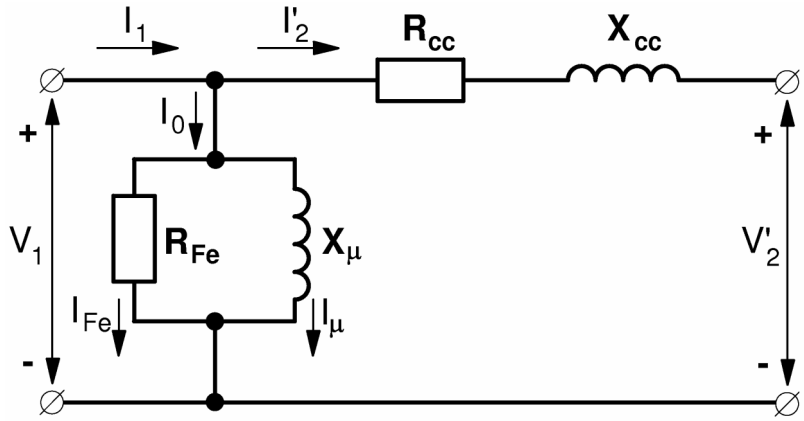


Fig. 14: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Normalmente, para analizar el comportamiento de un transformador se utiliza el circuito equivalente aproximado de la Fig. 14 en lugar del circuito equivalente exacto de la Fig. 12. Se hace así porque es más fácil operar con el circuito aproximado y el error que se comete es poco importante, dada la pequeñez de la intensidad de vacío, I_0, comparada con la intensidad asignada, I_{1N}, del primario del transformador. En este circuito equivalente aproximado se utilizan estos parámetros:

$$\textit{Resistencia de cortocircuito:}\quad R_{cc} = R_1 + R'_2 \qquad (22a)$$

$$\textit{Reactancia de cortocircuito:}\quad X_{cc} = X_1 + X'_2 \qquad (22b)$$

Se denomina *impedancia de cortocircuito* $\overline{Z}_{cc}$ a:

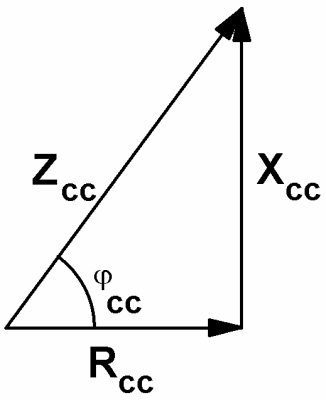


Fig. 15: Relación entre R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc}

$$\overline{Z}_{cc} = R_{cc} + j\,X_{cc}$$

$$Z_{cc} = \sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} \qquad (23)$$

Las relaciones entre estas tres magnitudes R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} se resumen en el diagrama de la Fig. 15.

Los parámetros del circuito equivalente aproximado de la Fig. 14 (R_{cc}, X_{cc}, R_{Fe} y X_μ) se pueden obtener de forma experimental mediante los ensayos de vacío y de cortocircuito, cuya descripción no se recoge en el presente texto puesto que se incluye en el libro de laboratorio.

Tensiones relativas de cortocircuito

La **tensión relativa de cortocircuito** ε_{cc} se define así:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} 100 = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100 \qquad (24)$$

Donde V_{1cc} es la tensión de cortocircuito que se mide en el ensayo de cortocircuito a intensidad asignada.

De forma análoga se definen las **tensiones relativas de cortocircuito resistiva e inductiva:**

$$\varepsilon_{R_{cc}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100 = \frac{P_{CuN}}{S_N} 100 \qquad \varepsilon_{X_{cc}} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100 \qquad (25)$$

En estas expresiones P_{CuN} son las pérdidas en el cobre cuando el transformador funciona con la carga asignada, la cual es prácticamente igual a la potencia P_{cc} del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada.

Los parámetros Z_{cc}, R_{cc} y X_{cc} son muy diferentes de unos transformadores a otros, mientras que los parámetros relativos ε_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} no varían tanto.

Como se verá más adelante, si un transformador se construye de manera que su tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} sea pequeña se consigue que la caída de tensión en la máquina sea reducida, pero si se produce un cortocircuito las corrientes de falta son muy elevadas. Es decir, habrá que buscar un equilibrio entre los efectos favorables de disminuir ε_{cc} (menor caída de tensión) y sus efectos perjudiciales (mayores corrientes de falta). En la práctica, este parámetro suele adoptar valores comprendidos entre estos límites:

$$S_N \le 1000 \text{ kVA} : 1\% \le \varepsilon_{cc} \le 6\%$$
$$S_N > 1000 \text{ kVA} : 6\% \le \varepsilon_{cc} \le 13\%$$

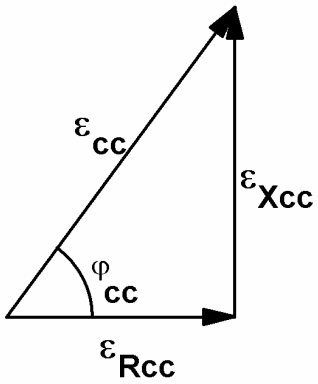


Fig. 16: Relación entre ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}

Entre las tensiones relativas de cortocircuito existen estas relaciones que quedan reflejadas en el diagrama de la Fig. 16:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{R_{cc}} &= \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \\ \varepsilon_{X_{cc}} &= \varepsilon_{cc} \cdot \operatorname{sen} \varphi_{cc} \\ \varepsilon_{cc}^2 &= \varepsilon_{R_{cc}}^2 + \varepsilon_{X_{cc}}^2 \end{aligned}\right| \qquad (26)$$

Nótese que los diagramas representados en las Figs. 15 y 16 son triángulos semejantes, pues el triángulo de la Fig. 16 se puede obtener del de la Fig. 15 multiplicando la longitud de todos sus lados por la misma constante:

$$\frac{V_{1N}}{I_{1N}} 100$$

FALTA O FALLO DE CORTOCIRCUITO

Se produce una falta o fallo de cortocircuito cuando, por accidente, ocurre un cortocircuito franco en bornes del secundario del transformador estando alimentado el primario a su tensión asignada (Fig. 17).

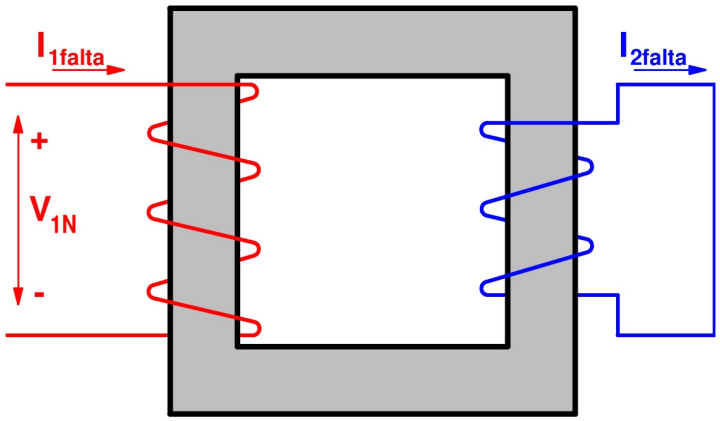


Fig. 17: Falta de cortocircuito

No se debe confundir esta falta con el ensayo de cortocircuito. La falta de cortocircuito es un accidente en el que van a circular por los devanados del transformador unas corrientes elevadas que son peligrosas para la integridad de la máquina. El ensayo de cortocircuito es un ensayo controlado que no pone en peligro a la máquina, pues el transformador es alimentado a tensiones reducidas para que no circulen por sus devanados intensidades elevadas.

Las corrientes I_{1falta} e I_{2falta}, respectivamente, que circulan por los devanados del transformador durante un cortocircuito son varias veces superiores a sus respectivas corrientes asignadas I_{1N} e I_{2N}. Ya se ha indicado anteriormente que la corriente de vacío I_0 es pequeña frente a la corriente asignada I_{1N}. Luego, frente a una corriente, I_{1falta}, mucho mayor que I_{1N}, I_0 llega a ser totalmente insignificante. Esto permite prescindir de la rama en paralelo (con R_{Fe} y X_μ) del circuito equivalente aproximado de la Fig. 14 y analizar este caso mediante el circuito equivalente de la Fig. 18.

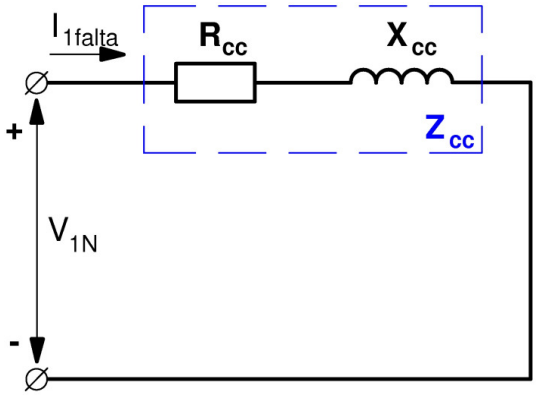


Fig. 18: Circuito equivalente durante la falta de cortocircuito

El hecho de que se pueda despreciar la corriente de vacío I_0, hace que durante un cortocircuito la primera de las ecuaciones (21) se convierta en la (27) (téngase también en cuenta la segunda de las ecuaciones (16)).

$$I_{1falta} = I'_{2falta} = \frac{I_{2falta}}{m} \quad \rightarrow \quad I_{2falta} = m \cdot I_{1falta} \tag{27}$$

Aplicando la Ley de Ohm en el circuito equivalente de la Fig. 18 se deduce que:

$$I_{1falta} = \frac{V_{1N}}{Z_{cc}} \tag{28}$$

Si en la expresión (24) se despeja el valor de Z_{cc} y se introduce en la ecuación (28) se obtiene la siguiente relación:

$$\boxed{I_{1falta} = I_{1N} \frac{100}{\varepsilon_{cc}}} \tag{29a}$$

Teniendo en cuenta las relaciones (3), (27) y (28) se llega a:

$$\boxed{I_{2falta} = I_{2N} \frac{100}{\varepsilon_{cc}}} \tag{29b}$$

De las relaciones (29) se deduce lo que se ha anticipado anteriormente: "cuanto mayor es el valor de la tensión de cortocircuito ε_{cc} menores valores tienen las corrientes de cortocircuito en los devanados de un transformador".

Dado los valores que suele adoptar el parámetro ε_{cc} se deduce que la corriente I_{1falta} alcanza valores entre estos límites:

$$S_N \leq 1000 \text{ kVA} : 17\, I_{1N} \leq I_{1falta} \leq 100\, I_{1N}$$
$$S_N > 1000 \text{ kVA} : 7{,}7\, I_{1N} \leq \varepsilon_{cc} \leq 17\, I_{1N}$$

Las relaciones (29) proporcionan los valores eficaces de las corrientes de cortocircuito *permanente* en ambos devanados de un transformador. Realmente desde que se inicia el cortocircuito hasta que se establece el régimen permanente existe un *régimen transitorio* en el

que el valor instantáneo de la corriente en un devanado puede llegar a ser hasta 2,5 veces el valor eficaz correspondiente, I_{1falta} o I_{2falta}. El análisis de este régimen transitorio se sale de los límites de este texto.

Las elevadas corrientes durante un cortocircuito tienen varios efectos perjudiciales sobre el transformador. Uno de ellos es *térmico*; estas corrientes elevan la temperatura y deben ser interrumpidas antes de la temperatura suba tanto como para que los aislantes de la máquina queden afectados. El otro efecto es *dinámico*; la circulación de estas corrientes a través de las espiras de los devanados provoca la aparición de fuerzas entre ellas que las pueden deformar. Por esta razón, hay que dotar a los devanados y a sus soportes de la suficiente rigidez mecánica como para soportar estas fuerzas.

INTENSIDADES Y TENSIONES EN UN TRANSFORMADOR EN CARGA

Relación entre las corrientes I_1 e I_2 en un transformador en carga

Teniendo en cuenta la relación (15), la segunda ecuación de (16) y la primera de (21) se comprende que la existencia de la corriente de vacío, I_0, provoca que entre las corrientes secundaria, I_2, y primaria, I_1, no se guarde exactamente la relación de transformación, m. Ahora bien, como ya se indicó al estudiar la marcha en vacío, la corriente de vacío es pequeña frente a la corriente asignada I_{1N} y, en consecuencia, la corriente I_0 se puede despreciar frente a I'_2 para cargas superiores a los ¾ de la asignada. Así pues, para estas cargas el cociente entre las corrientes I_2 e I_1 se le puede considerar igual a la relación de transformación m:

$$I_1 \geq 0{,}75\, I_{1N} \quad \rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = m \qquad (30)$$

Caída de tensión

Mediante el circuito equivalente aproximado de la Fig. 14 y la primera de las relaciones (16) se comprende que la caída de tensión que la corriente I'_2 origina en R_{cc} y X_{cc} provoca que en carga no se guarde exactamente la relación de transformación m entre las tensiones primaria, V_1, y secundaria, V_2. Esto no sucede en vacío donde, como ya se indicó anteriormente, sucede que:

$$\underline{\text{Vacío}}:\ I'_2 = 0 \quad \rightarrow \quad V'_{20} = m\, V_{20} = V_{1N} \quad \rightarrow \quad \frac{V_{1N}}{V_{20}} = m \quad \rightarrow \quad V_{20} = V_{2N} \qquad (31)$$

Luego, un transformador en vacío funciona de manera ideal, pues las tensiones de sus devanados guardan entre sí la relación de transformación m.

Sin embargo, en carga la tensión secundaria V_2 se aparta del valor en vacío V_{20}. La diferencia entre ambas magnitudes depende de los parámetros del transformador, de la corriente secundaria I_2 y de su factor de potencia. En consecuencia, en carga un transformador se separa del comportamiento ideal, pues <u>no</u> va a proporcionar una tensión secundaria invariable con la carga que guarde exactamente la relación de transformación m con respecto a la tensión primaria. No obstante, los transformadores de potencia se construyen de forma que estas variaciones en la tensión secundaria sean pequeñas.

En resumen, se tiene que:

$$\underline{\text{Carga}}: \; I_2 \neq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} \neq m \;, \text{ aunque } \frac{V_1}{V_2} \approx m \tag{32}$$

Considérese un transformador funcionando en carga con una marcha industrial (es decir con el primario a la tensión asignada V_{1N}). Se denomina **caída de tensión relativa** o **regulación** ε_c, expresada en tanto por ciento, a esta magnitud:

$$\varepsilon_c = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} 100 = \frac{V_{2N} - V_2}{V_{2N}} 100 \tag{33}$$

Teniendo en cuenta las relaciones (2) y (16), la expresión (33) queda de la siguiente manera:

$$\varepsilon_c = \frac{V'_{2N} - V'_2}{V'_{2N}} 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} 100 \tag{34}$$

En resumen, la caída de tensión relativa se puede expresar en función tanto de las tensiones secundarias como de las tensiones secundarias reducidas al primario:

$$\boxed{\varepsilon_c = \frac{V_{2N} - V_2}{V_{2N}} 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} 100} \tag{35}$$

Dado que en una marcha industrial las caídas de tensión en R_{cc} y X_{cc} son pequeñas frente a la f.e.m. E_1, se puede demostrar que se cumple la siguiente relación con suficiente exactitud:

$$\boxed{\varepsilon_c = C \left(\varepsilon_{Rcc} \cos \varphi_2 \pm \varepsilon_{Rcc} \operatorname{sen} \varphi_2 \right)} \tag{36}$$

Se denomina **índice de carga** C al siguiente cociente

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{V_2 \, I_2}{V_{2N} \, I_{2N}} \tag{37}$$

donde se representa por S a la potencia aparente suministrada por el secundario ($S = S_2$). En la fórmula anterior hay que tener cuidado de emplear las mismas unidades para las dos potencias.

En marcha industrial la tensión secundaria V_2 no va a ser muy diferente de la tensión asignada V_{2N}. Luego, teniendo en cuenta también las expresiones (3), (16) y (30), se puede poner que:

$$\boxed{C = \frac{S}{S_N} \approx \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}}} \tag{38}$$

En la fórmula (36) se emplean los valores absolutos de sen φ_2 y de cos φ_2 y se usa el signo + cuando la carga tiene factor de potencia inductivo, mientras que se utiliza el signo - en cargas con factor de potencia capacitivo.

Para cargas de tipo inductivo o resistivo, ε_c siempre es positivo y la tensión V_2 tiene un valor eficaz inferior a V_{20}, lo que significa que se produce una caída de tensión en el secundario cuando la máquina pasa de estar en vacío a estar en carga. Sin embargo, con cargas capacitivas puede producirse (no siempre, depende de la carga) el denominado **efecto Ferranti**. En este caso ε_c es negativo y la tensión secundaria en carga, V_2, alcanza un valor eficaz superior al que tenía en vacío, V_{20}. Se produce, entonces, una subida de tensión secundaria cuando la máquina pasa de estar en vacío a estar en carga.

La expresión (36) muestra lo que ya se había adelantado antes; la caída de tensión es proporcional a la tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} (cuyas componentes son ε_{Rcc} y ε_{Xcc} (Fig. 16)) e interesa que este parámetro no adopte valores excesivamente grandes.

Aunque el transformador no tenga su primario conectado exactamente a la tensión asignada, siempre que V_1 no sea muy diferente a V_{1N} se puede generalizar la expresión (36) y escribir lo siguiente:

$$V_1 \approx V_{1N} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\frac{V_1}{m} - V_2}{V_{2N}} 100 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} 100 = C\left(\varepsilon_{Rcc} \cos\varphi_2 \pm \varepsilon_{Rcc} \operatorname{sen}\varphi_2\right)} \qquad (39)$$

BALANCE DE POTENCIAS. RENDIMIENTO

Balance de potencias

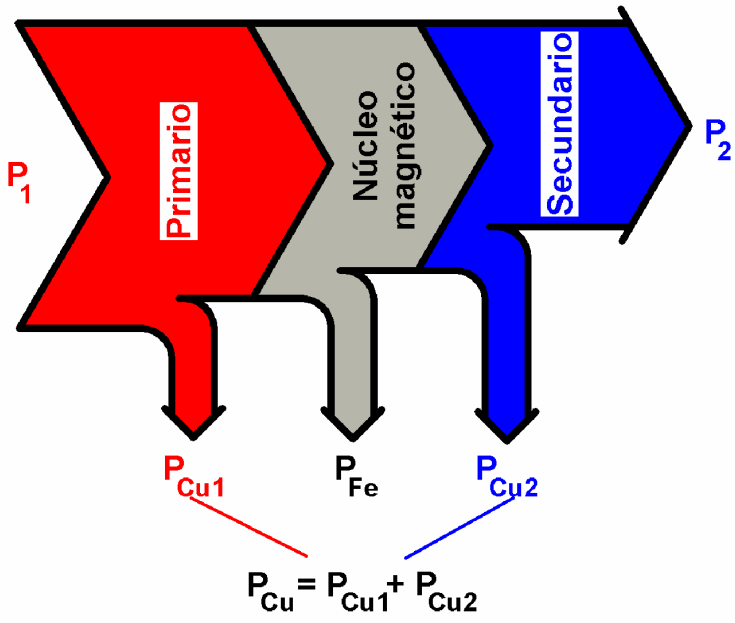


Fig. 19: Balance de potencias en un transformador

En un transformador en carga se absorbe una potencia activa P_1 por el primario y se suministra una potencia activa P_2 de menor valor por el secundario debido a que una pequeña parte de la potencia P_1 se pierde dentro del transformador. Esta potencia perdida, que se denomina **pérdidas del transformador**, se debe a diferentes causas y se acaba disipando en forma de calor. El **balance o flujo de potencias** de un transformador está representado en la Fig. 19.

Como se puede apreciar en la Fig. 19, una pequeña fracción de la potencia P_1 que entra por el primario se pierde debido al *efecto Joule* cuando la corriente I_1 circula por el devanado primario, que presenta una resistencia R_1. Esta potencia perdida son las **pérdidas en el cobre del primario** P_{Cu1}. La potencia restante se transmite hacia el secundario mediante el campo magnético común Φ que circula a través del núcleo magnético. Dado que el flujo Φ es alterno provoca la aparición de una pérdida de potencia en el núcleo magnético debida a las *corrientes de Focault* y al fenómeno de la *histéresis*. Esta potencia perdida son las **pérdidas en el hierro** P_{Fe}. De la potencia que llega al devanado secundario todavía hay que restar la potencia que se pierde a causa del *efecto Joule* cuando la corriente I_2 circula por este devanado, el cual tiene una resistencia R_2. Esta potencia perdida son las **pérdidas en el cobre del secundario** P_{Cu2}. La potencia restante es la potencia activa P_2 que se suministra por el secundario.

En lo que se sigue se va a considerar un transformador monofásico funcionando con una marcha industrial; esto es, alimentado por el primario con la frecuencia y la tensión asignadas.

Las **pérdidas en el cobre totales** P_{Cu} es la suma de las pérdidas en el cobre del primario y del secundario:

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} = R_1 I_1^2 + R'_2 I'^2_2 \approx (R_1 + R'_2) I'^2_2 = R_{cc} I'^2_2 \qquad (40)$$

Las **pérdidas en el cobre asignadas o nominales** P_{CuN} es el valor de P_{Cu} cuando el transformador está funcionando con la marcha industrial. Por lo tanto:

$$P_{CuN} = R_{cc} I'^2_{2N} = R_{cc} I^2_{1N} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} S_N \qquad (41)$$

De las fórmulas (38), (40) y (41) se deduce que:

$$P_{Cu} = C^2 P_{CuN} \qquad (42)$$

En los circuitos equivalentes exacto (Fig. 12) y aproximado (Fig. 14), la potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} es la que se disipa en la resistencia R_{Fe}.

Ya se ha indicado anteriormente que las pérdidas en el hierro P_{Fe} son iguales para todas las marchas industriales y, además, son iguales a la potencia de vacío P_0 (ver la relación (13)). Por lo tanto, las pérdidas en el hierro constituyen las **pérdidas fijas** P_f de un transformador:

$$\boxed{P_{Fe} = P_0 = P_f} \qquad (43)$$

Sin embargo, la potencia de pérdidas en el cobre varía con la carga que tenga en cada momento el transformador (ver la ecuación (42)). Por lo tanto, las pérdidas en el cobre constituyen las **pérdidas variables** P_v de un transformador:

$$\boxed{P_{Cu} = C^2 P_{CuN} = P_v} \qquad (44)$$

La potencia P_2 en el secundario verifica lo siguiente (recuérdese la ecuación (38)):

$$P_2 = V_2 I_2 \cos\varphi_2 = S \cos\varphi_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{P_2 = C S_N \cos\varphi_2} \tag{45}$$

Del balance de potencias reflejado en la Fig. 19 se obtiene que:

$$P_1 = P_2 + P_{Cu} + P_{Fe} \tag{46}$$

Rendimiento de un transformador

El **rendimiento** η del transformador se define así:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \tag{47}$$

Teniendo en cuenta las fórmulas (43), (44), (45) y (47) se deduce que:

$$\boxed{\eta = \frac{C S_N \cos\varphi_2}{C S_N \cos\varphi_2 + C^2 P_{CuN} + P_{Fe}}} \tag{48}$$

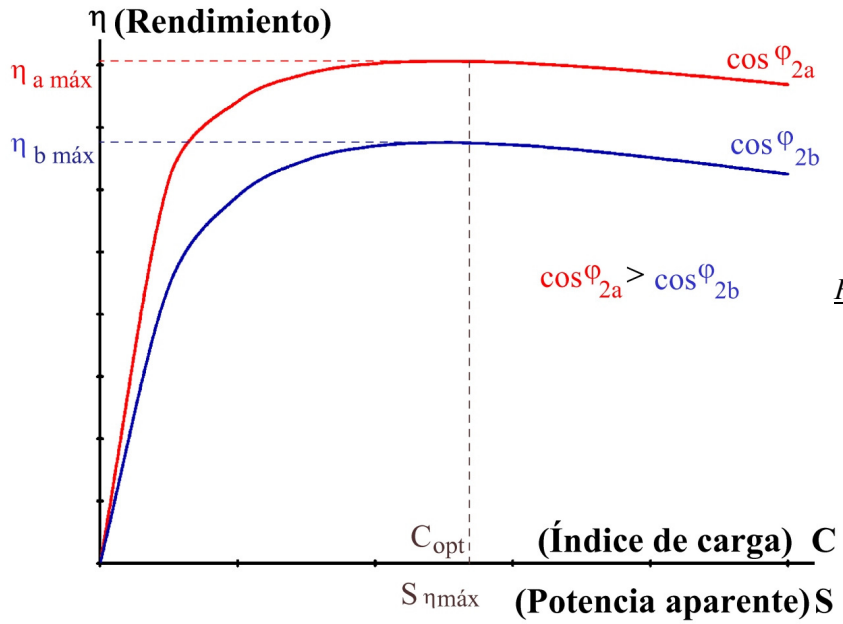


Fig. 20: Curvas del rendimiento en función de la potencia y el índice de carga para dos factores de potencia distintos

En la Fig. 20 se muestra la variación del rendimiento con la carga si su factor de potencia (cos φ_2) permanece constante. Estas curvas se obtienen a partir de la relación (48) y en ellas la carga se indica, bien como índice de carga C, o bien como la potencia aparente S suministrada por el secundario; pues ambas magnitudes son proporcionales al estar relacionadas mediante la expresión (38). Así pues, cada una de las curvas que se representan en la Fig. 20 corresponde a un factor de potencia constante.

En la Fig. 20 se observa que, sea cual sea el valor del factor de potencia, existe un único valor de carga para la cual el rendimiento alcanza su valor máximo. Esta carga es la que corresponde al índice de carga C_{opt} o a la potencia aparente $S_{\eta max}$:

$$S_{\eta\,max} = C_{opt} \cdot S_N \tag{49}$$

Sin embargo, el valor del **rendimiento máximo** η_{max} es diferente de un factor de potencia a otro (Fig. 38). El rendimiento máximo es mayor cuanto más alto es el factor de potencia. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce cuando el factor de potencia vale 1.

Se puede demostrar que la carga para la cual el rendimiento es máximo es aquella en la que las pérdidas fijas y variables son iguales (**condición de rendimiento máximo**). Luego:

$$\eta_{max} \quad \rightarrow \quad P_f = P_v \quad \rightarrow \quad P_{Fe} = P_{Cu} \tag{50}$$

$$P_{Fe} = P_{Cu} = C_{opt}^2\, P_{CuN} \rightarrow \quad \boxed{C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}}} \tag{51}$$

El rendimiento máximo se obtendrá mediante la relación (48) si en ella se utiliza el valor C_{opt}. De (48), (49) y (50) se deduce que

$$\eta_{max} = \frac{S_{\eta\,max}\, \cos\varphi_2}{S_{\eta\,max}\, \cos\varphi_2 + 2P_{Fe}} \tag{52}$$

En las fórmulas (47), (48) y (52) hay que tener cuidado de emplear las mismas unidades para todas las potencias.

Consecuencias prácticas

- Se debe evitar el funcionamiento de un transformador con cargas pequeñas porque el rendimiento sería pequeño.

- Se debe procurar que un transformador funcione con un índice de carga próximo al óptimo (C_{opt}) para obtener un rendimiento mejor.

  Si el transformador estuviera funcionando siempre con su carga asignada interesaría que C_{opt} fuera igual a la unidad y así funcionaría con el rendimiento máximo. Pero lo habitual es que la carga sea variable. Por esta razón, los transformadores grandes se diseñan de forma que el valor de C_{opt} esté entre 0,5 y 0,7 y los transformadores de distribución de pequeña potencia se diseñan de forma que C_{opt} tenga un valor entre 0,3 y 0,5.

- Se debe elegir un transformador cuya potencia asignada no sea demasiado elevada para el servicio a la que se destina, ya que trabajaría con carga reducida y su rendimiento sería bajo.

- Si se compara el comportamiento de un transformador para dos factores de potencia diferentes, cos φ_{2a} mayor que cos φ_{2b} (cos φ_{2a} > cos φ_{2b}), puede suceder que el rendimiento máximo para el factor de potencia cos φ_{2b} sea inferior a un rendimiento diferente del máximo para cos φ_{2a} (ver la Fig. 20).

TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS CON CARGAS EQUILIBRADAS

En un sistema trifásico se puede realizar la transformación de tensiones mediante un banco de tres transformadores monofásicos idénticos (Fig. 21) o mediante un transformador trifásico, que puede ser de tres columnas (Fig. 22), de cinco columnas o, más raramente, acorazado.

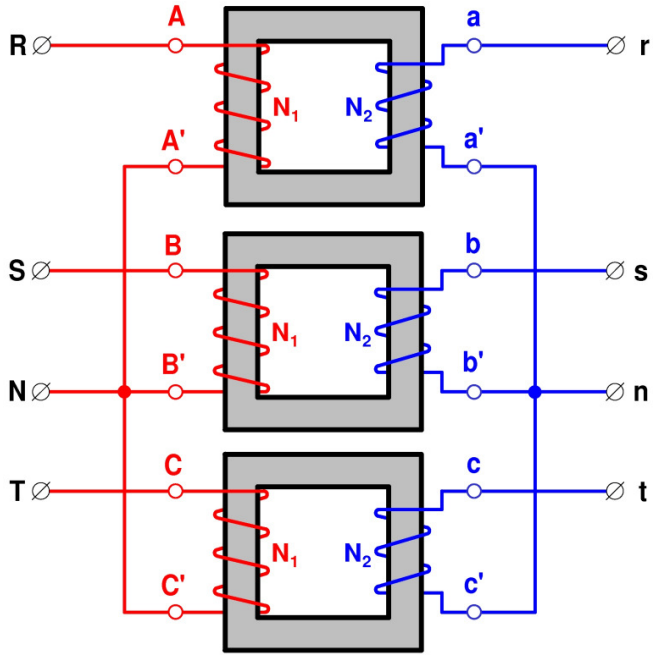


Fig. 21: Banco de tres transformadores monofásicos YNy

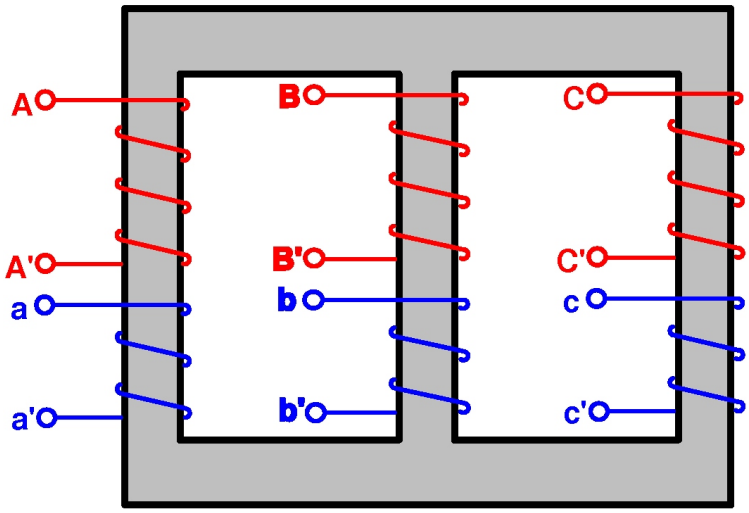


Fig. 22: Transformador trifásico de 3 columnas

Hay varias maneras de conectar entre sí las tres fases del primario, por un lado, y del secundario, por otro. Estas son: en **estrella** (con o sin hilo neutro) (véase la Fig. 23), **triángulo** (véase la Fig. 24) o **zig-zag** (con o sin hilo neutro) (véase la Fig. 25). En la conexión zig-zag cada una de las fases está dividida en dos mitades idénticas conectadas como se indica en la figura 25. Obsérvese en las figuras 23, 24 y 25 que hay dos formas diferentes de realizar cada uno de estos tres tipos de conexión.

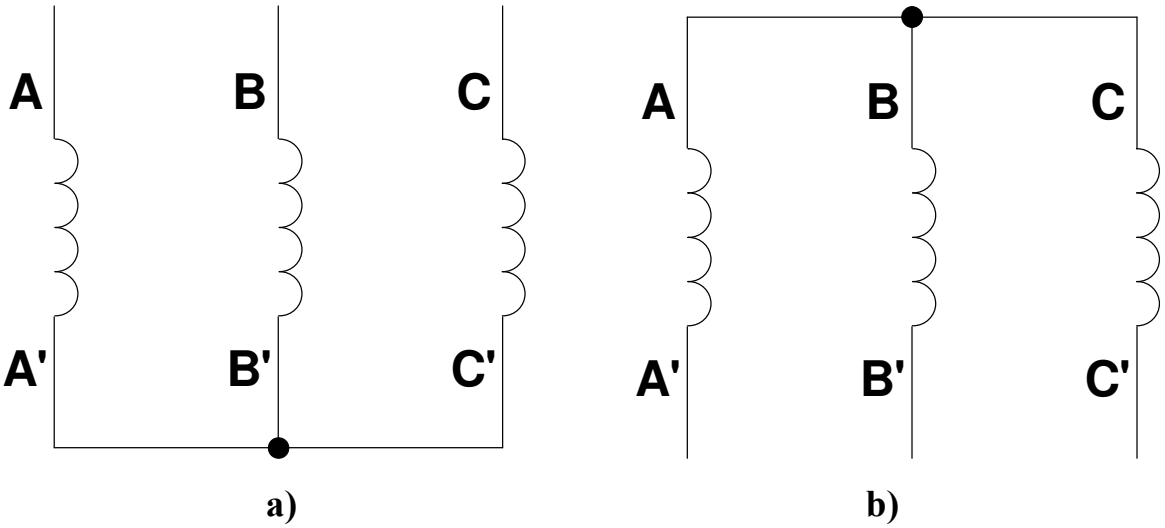


Fig. 23: Conexión estrella

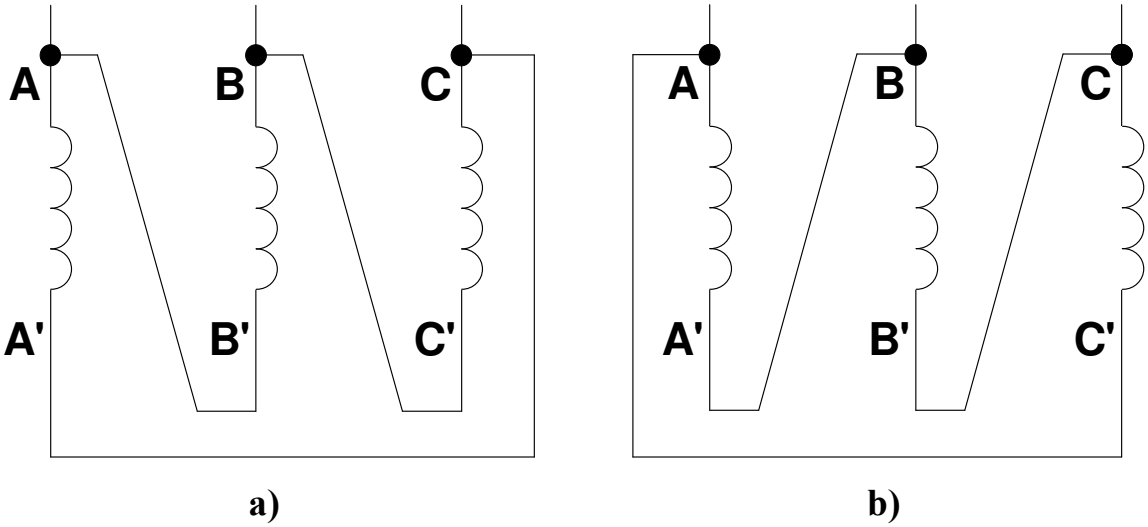


Fig. 24: Conexión triángulo

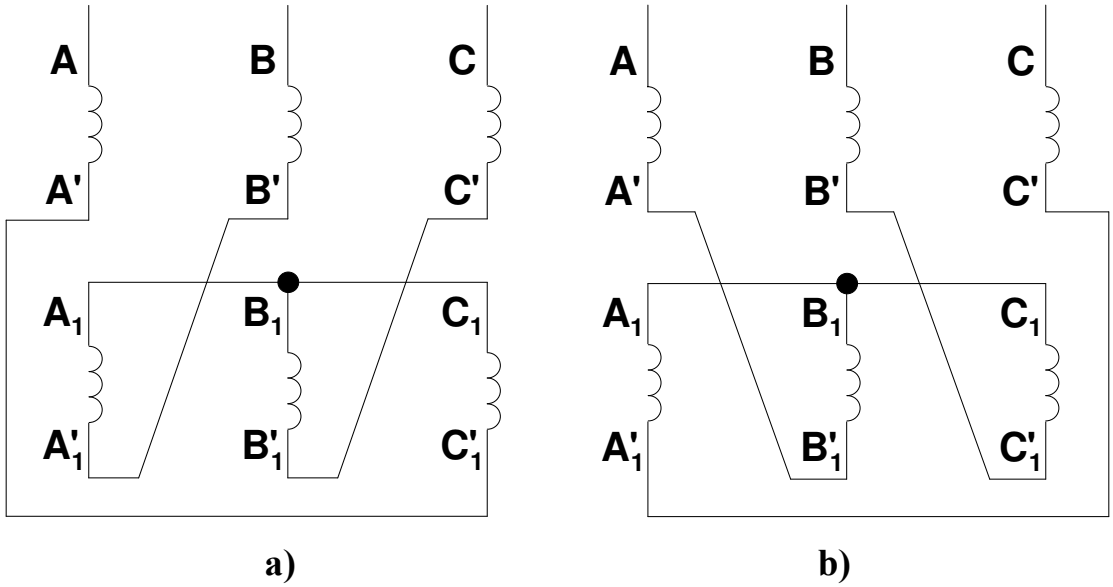


Fig. 25: Conexión zig-zag

La **designación de la forma de conexión** de un transformador se realiza por medio de dos letras y un número (por ejemplo Yy0, Dy6, Yz11, ...). La primera letra es mayúscula e indica la forma de conexión del lado de alta tensión, la segunda letra es minúscula e indica la forma de conexión en el lado de baja tensión y el número indica el índice horario, el cual se definirá en este texto más adelante. Las letras que representan la forma de conexión son:

Y, y: Estrella.
D, d: Triángulo.
Z, z: Zig-Zag.

Si una estrella o un zig-zag tienen su neutro unido a la red se coloca la letra N o n después de las letras Y, y, Z o z, respectivamente.

Así un transformador YNd5 es un transformador estrella-triángulo con índice horario 5 en el que la estrella del lado de A.T. tiene su neutro unido a la red.

En un transformador o en un banco trifásico se pueden distinguir dos relaciones de transformación distintas: la relación de transformación m y la relación de transformación de tensiones m_T.

La **relación de transformación m** es el cociente entre las tensiones asignadas de fase del primario y del secundario:

$$m = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{2N}}{I_{1N}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{53}$$

La **relación de transformación de tensiones m_T** es la que normalmente se proporciona como dato y es el cociente entre las tensiones asignadas de línea del primario y del secundario:

$$m_T = \frac{V_{1NL}}{V_{2NL}} = \frac{I_{2NL}}{I_{1NL}} \tag{54}$$

La relación que existe entre m y m_T depende de la forma de conexión del transformador o del banco trifásico.

Los diferentes tipos de transformadores trifásicos (de 3 o 5 columnas o acorazado) y un banco de tres transformadores monofásicos se comportan de igual manera cuando la carga está equilibrada. Sin embargo, el comportamiento de un transformador trifásico de tres columnas es diferente al de los demás tipos de transformaciones trifásicas frente a cargas desequilibradas. El estudio de estas máquinas con cargas desequilibradas queda fuera de los límites de este texto.

Cada columna de un transformador trifásico se la puede considerar como un transformador monofásico. Así, cuando un banco o un transformador trifásico funcionan con cargas equilibradas, todos los transformadores monofásicos del banco o todas las columnas del transformador están igualmente cargados y bastará con estudiar uno solo de ellos mediante su circuito equivalente. Hay que tener en cuenta, entonces, que las tensiones y corrientes a utilizar en dicho circuito equivalente deberán ser las de fase del primario y del secundario y que la potencia de una fase es la tercera parte de la total.

De esta manera, todas las expresiones obtenidas anteriormente para el estudio de un transformador monofásico se pueden adaptar para el estudio de las transformaciones trifásicas con cargas equilibradas, tal como se indica seguidamente.

*** Potencia asignada, intensidades y tensiones:**

$$S_N = 3 \cdot I_{1N} \cdot V_{1N} = 3 \cdot I_{2N} \cdot V_{2N} = \sqrt{3} \cdot I_{1NL} \cdot V_{1NL} = \sqrt{3} \cdot I_{2NL} \cdot V_{2NL} \quad (55a)$$

Estrella: $I = I_L \qquad V = \dfrac{V_L}{\sqrt{3}}$ (55b)

Triángulo: $I = \dfrac{I_L}{\sqrt{3}} \qquad V = V_L$ (55c)

Zig-zag: $I = I_L \qquad V = \dfrac{V_L}{\sqrt{3}}$ (55d)

En cada semidevanado del zig-zag: $V' = \dfrac{V}{\sqrt{3}} = \dfrac{V_L}{3}$

*** Reducción del secundario al primario:**

$$V'_{2L} = m_T \cdot V_{2L} \qquad E'_{2L} = m_T \cdot E_{2L} \qquad I'_{2L} = \frac{I_{2L}}{m_T} \quad (56a)$$

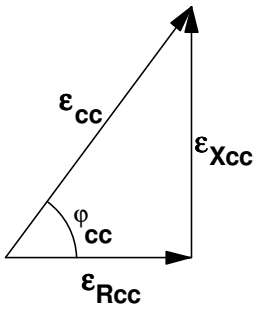
$$V'_2 = m \cdot V_2 \qquad E'_2 = m \cdot E_2 \qquad I'_2 = \frac{I_2}{m} \quad (56b)$$

$$Z'_L = m^2 \cdot Z_L \qquad R'_2 = m^2 \cdot R_2 \qquad X'_2 = m^2 \cdot X_2 \quad (56c)$$

*** Marcha en vacío:**

$$P_0 = P_{Fe} = 3 \cdot I_{Fe}^2 \cdot R_{Fe} = 3 \cdot I_{Fe} \cdot V_{1N} = 3 \cdot V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = \sqrt{3} \cdot V_{1NL} \cdot I_{0L} \cdot \cos \varphi_0 \quad (56d)$$

*** Tensiones relativas de cortocircuito**:



$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 \quad (57a)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{P_{CuN}}{S_N} \cdot 100 = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (57b)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \varepsilon_{cc} \cdot \operatorname{sen} \varphi_{cc} \quad (57c)$$

*** Índice de carga:**

$$C = \frac{S}{S_N} \approx \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} = \frac{I'_{2L}}{I_{1NL}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} = \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} \quad (58)$$

*** Potencias y rendimiento:**

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} \qquad P_{CuN} = S_N \cdot \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \tag{59}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos\varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \tag{60}$$

$$\eta = \eta_{Máx} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} \tag{61}$$

*** Fallo o falta de cortocircuito:**

$$I_{1\,falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \qquad I_{1\,faltaL} = I_{1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \tag{62a}$$

$$I_{2\,falta} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \qquad I_{2\,faltaL} = I_{2NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \tag{62b}$$

*** Caídas de tensión:**

$$\varepsilon_c = C\left[(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_2)\right] \tag{63}$$

Cargas inductivas: signo + Cargas capacitivas: signo -

Caída de tensión relativa:

$$\varepsilon_c = \frac{V_{2N} - V_2}{V_{2N}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \tag{64a}$$

$$\varepsilon_c = \frac{V_{2NL} - V_{2L}}{V_{2NL}} \cdot 100 = \frac{V_{1NL} - V'_{2L}}{V_{1NL}} \cdot 100 \tag{64b}$$

(V_{20L} = Tensión secundaria de línea en vacío = V_{2NL})

Ejemplo 1:

Un transformador trifásico Yy6 de 2000 kVA, 20 000/6000 V y 50 Hz tiene estas tensiones relativas de cortocircuito: ε_{cc} = 7% y ε_{Rcc} = 1,7%. Se sabe que en vacío esta máquina consume una potencia P_0 de 12,24 kW.

a) Calcular las siguientes magnitudes de este transformador: ε_{Xcc}, P_{CuN} y P_{Fe}.
b) Si se produce un cortocircuito trifásico en el secundario, ¿cuáles serán las corrientes de línea que circulan por el primario y por el secundario, respectivamente?
c) Si este transformador está conectado a la tensión asignada en el primario y alimenta por el secundario a una carga de 1800 kVA con un factor de potencia 0,8 capacitivo, ¿cuál será la tensión de línea en el secundario?
d) ¿Cuál es el rendimiento del transformador con la carga del apartado anterior?
e) ¿Cuál es el mayor de los rendimientos máximos de este transformador?

Resumen de datos:

$S_N = 2000$ kVA	$m_T = 20000/6000$ V	Yy6
$\varepsilon_{cc} = 7\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 1{,}7\%$	$P_0 = 12{,}24$ kW
apartados **c)** y **d)**:	1800 kVA	$\cos\varphi_2 = 0{,}8$ capacitivo

Resolución:

Al tratarse de un transformador con la conexión Yy tanto el primario como el secundario están conectados en estrella. Por consiguiente, teniendo en cuenta la relación (55b), se cumplirá que:

$$\text{Primario (Estrella):} \left| \begin{array}{l} V_1 = \dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}} \\ I_1 = I_{1L} \end{array} \right. \qquad \text{Secundario (Estrella):} \left| \begin{array}{l} V_2 = \dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}} \\ I_2 = I_{2L} \end{array} \right. \tag{i}$$

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\dfrac{V_{1L}}{\sqrt{3}}}{\dfrac{V_{2L}}{\sqrt{3}}} = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = m_T$$

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario, tanto de fase como de línea. Teniendo en cuenta las relaciones (i) se llega a:

$$V_{1NL} = 20000 \text{ V} \qquad V_{2NL} = 6000 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{1NL}} = \frac{2000000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 20000 \text{ V}} = 57{,}7 \text{ A}$$

$$I_{2NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{2NL}} = \frac{2000000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 6000 \text{ V}} = 192 \text{ A}$$

$$V_{1N} = \frac{V_{1NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \text{ V} \qquad V_{2N} = \frac{V_{2NL}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464 \text{ V}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 57{,}7 \text{ A} \qquad I_{2N} = I_{2NL} = 192 \text{ A}$$

a) De la Fig. 16 se deduce la relación (57c) que permite calcular el parámetro ε_{Xcc}:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{7^2 - 1{,}7^2} = 6{,}79\%$$

Las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} se pueden deducir a partir del parámetro ε_{Rcc} mediante las relaciones (57b) y (59):

$$P_{CuN} = S_N \cdot \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} = 2000 \cdot \frac{1{,}7}{100} = 34 \text{ kW} = 34000 \text{ W}$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. Por lo tanto se verifica la relación (43):

$$P_{Fe} = P_0 = 12{,}24 \text{ kW} = 12240 \text{ W}$$

Este transformador tiene estas magnitudes: $\varepsilon_{Xcc} = 6{,}79\%$, $P_{CuN} = 34000$ W y $P_{Fe} = 12240$ W.

b) Las corrientes de cortocircuito de régimen permanente se pueden calcular aplicando la ley de Ohm al circuito de la Fig. 18 o mediante las expresiones (62):

$$I_{1\,faltaL} = I_{1NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 57{,}7 \cdot \frac{100}{7} = 824 \text{ A}$$

$$I_{2\,faltaL} = I_{2NL} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 192 \cdot \frac{100}{7} = 2743 \text{ A}$$

Las corrientes de línea que circulan por los devanados de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito son $I_{1faltaL} = 824$ A e $I_{2faltaL} = 2743$ A.

c) El enunciado indica que la carga consume 1800 kVA. Como esta potencia está medida en kVA se trata de la potencia aparente S de la carga y, por lo tanto, el índice de carga C se puede calcular mediante el primer cociente que aparece en la expresión (58):

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{1800 \text{ kVA}}{2000 \text{ kVA}} = 0{,}9$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos \varphi_2 = 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \text{sen } \varphi_2 = 0{,}6$$

Como esta carga es capacitiva, se usará el signo - en la expresión (63):

$$\varepsilon_c = 0{,}9 \left[(1{,}7 \cdot 0{,}8) - (6{,}79 \cdot 0{,}6) \right] = -2{,}44\%$$

Obsérvese que en este caso la regulación es negativa. Esto significa que la tensión secundaria es mayor en carga que en vacío. Cuando se tienen cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria en carga aumente respecto a la de vacío. Este fenómeno es el Efecto Ferranti.

Teniendo en cuenta la relación (64b), se tiene que:

$$\varepsilon_c = \frac{V_{2NL} - V_{2L}}{V_{2NL}} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad V_{2L} = V_{2NL} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{100} \right)$$

$$V_{2L} = V_{2NL} \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{100} \right) = 6000 \cdot \left(1 - \frac{-2{,}44}{100} \right) = 6146 \text{ V}$$

La tensión de línea en bornes del secundario cuando el primario está a la tensión asignada y el transformador suministra 1800 kVA con factor de potencia 0,8 capacitivo es 6146 V.

d) El rendimiento de un transformador viene dado por la relación (60):

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}}$$

En esta expresión hay que tener cuidado de emplear las mismas unidades para todas las potencias.

En este caso se tiene que:

$$P_2 = S \cos \varphi_2 = 1800 \cdot 0{,}8 = 1440 \text{ kW} = 1440000 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = 0{,}9^2 \cdot 34000 = 27540 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{1440000}{1440000 + 12240 + 27540} = 0{,}973 = 97{,}3\%$$

El rendimiento de este transformador con esta carga es de 97,3%.

e) En la figura 20 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{máx}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas (relación (61)):

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe}$$

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}}$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta máx}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta\,máx}}{S_N} \rightarrow S_{\eta\,máx} = C_{opt} \cdot S_N$$

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo se produce con el mismo índice de carga C_{opt}, en la figura 20 se puede apreciar que el rendimiento máximo $\eta_{máx}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor } \eta_{máx} \rightarrow \cos \varphi_2 = 1$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (60) cuando en índice de carga es C_{opt} y se tiene que:

$$\eta_{máx} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}}$$

En las expresiones anteriores hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador se obtiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} == \sqrt{\frac{12240}{34000}} = 0{,}6$$

$$S_{\eta\ máx} = C_{opt} \cdot S_N = 0{,}6 \cdot 2000\ \text{kVA} = 1200\ \text{kVA} = 1200000\ \text{VA}$$

Luego, el rendimiento máximo para factor de potencia unidad (el mayor de los rendimientos máximos) vale:

$$\eta_{máx} = \frac{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta\ máx} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} = \frac{1200 \cdot 1}{1200 \cdot 1 + 2 \cdot 12{,}24} = 0{,}98 = 98\%$$

En la fórmula anterior todas las potencias se han medido en kW o kVA.

El mayor de los rendimientos máximos de este transformador vale 98%.

DESIGNACIÓN DE TERMINALES

Según la norma CEI 76-4, la designación de los terminales de los devanados de un transformador trifásico o de un banco de tres transformadores monofásicos es así (ver Figs. 21 y 22):

- Se denominan con letras mayúsculas (A, B, C, A', B', C') los terminales del lado de alta tensión y con letras minúsculas (a, b, c, a', b', c') los del lado de baja tensión.
- Los dos terminales de la misma bobina están designados con la misma letra, aunque uno de ellos se denomina con la letra con apóstrofe (a y a', A y A', b y b', ...).
- Dos terminales, uno del primario y otro del secundario, sometidos a tensiones que están prácticamente en fase (recuérdese que en un transformador monofásico las tensiones primaria y secundaria están casi en fase) se designan con la misma letra, uno con mayúscula y otro con minúscula (a y A, a' y A', b y B, b' y B', ...).

La norma UNE 20158 establece una designación de los terminales de un transformador muy distinta de la descrita anteriormente. Según esta norma los extremos y las tomas de los devanados de un transformador trifásico se designan mediante tres caracteres (véase la Fig. 26):

- El primer carácter es una cifra que indica si el arrollamiento es de alta o baja tensión. El 1 se usa para A.T. y el 2 para B.T. Si hay más arrollamientos se usarán las cifras 3, 4, 5, etc. en orden decreciente de tensión.
- El segundo carácter es una letra (preferentemente mayúscula) que indica las fases de un arrollamiento. Se usan las letras U, V y W para las fases y, si es preciso, el neutro se

marca con la letra N. (En los transformadores monofásicos no se incluye esta letra y se sustituye por un punto para separar los otros dos caracteres, que son cifras).

- El tercer carácter es una cifra que indica los extremos y las tomas de los arrollamientos de fase. Los extremos de las fases se marcan con las cifras 1 y 2. Las tomas intermedias se señalan con las cifras 3, 4, 5, etc.

De acuerdo con todo lo anterior, la correspondencia entre la designación de los extremos de las fases según las normas CEI 76-4 y UNE 20158 es la indicada en la Tabla II (véanse las Figs. 22 y 26).

Tabla II: Correspondencia entre designaciones de terminales

Designación	**Alta Tensión (A.T.)**						**Baja Tensión (B.T.)**					
	Fase R		Fase S		Fase T		Fase R		Fase S		Fase T	
CEI 76-4	A	A'	B	B'	C	C'	a	a'	b	b'	c	c'
UNE 20158	1U1	1U2	1V1	1V2	1W1	1W2	2U1	2U2	2V1	2V2	2W1	2W2

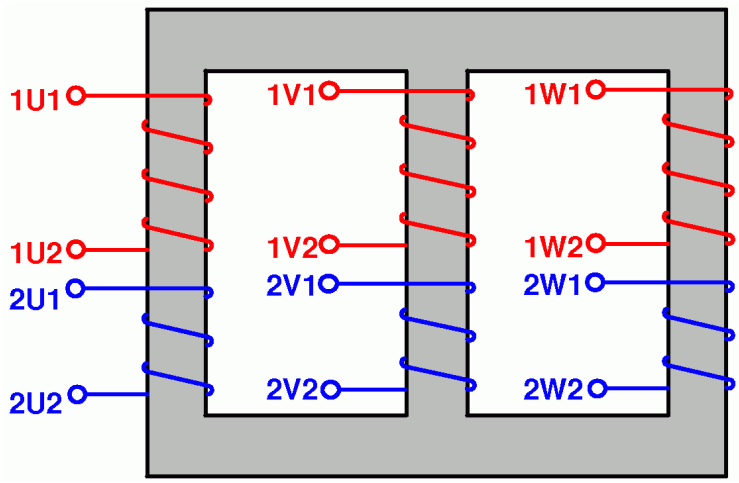


Fig. 26: Marcado de los extremos de los devanados de un transformador trifásico

En este texto se ha empleado la designación establecida en la norma CEI 76-4 y el lector puede utilizar la Tabla II para adaptarla a la correspondiente de la norma UNE 20158.

ÍNDICE HORARIO

El índice horario señala el desfase entre tensiones homólogas del primario y del secundario de un transformador trifásico.

Las tensiones primaria y secundaria de una misma fase se las puede considerar en fase entre sí. Sin embargo, las tensiones de línea entre fases similares del primario y del secundario o las tensiones fase-neutro para fases similares primaria y secundaria pueden estar desfasadas entre sí. Téngase en cuenta, por ejemplo, que en la conexión triángulo las tensiones de línea y de fase coinciden mientras que en una estrella las tensiones de línea forman 30º con respecto a las de fase (que son iguales a las tensiones fase-neutro). Así pues, en un transformador estrella-triángulo (véase el ejemplo que se indica más abajo) se tiene que una tensión fase-neutro (que es la tensión de fase en estrella) del primario está en fase con una tensión de línea (que es la tensión de fase en un triángulo) del secundario y, en consecuencia, las tensiones de línea del primario y del secundario están desfasadas 30º.

Según el tipo de conexiones que se adopte en un transformador o en un banco de transformadores trifásico se pueden conseguir diferentes ángulos de desfase entre las tensiones homólogas del primario y del secundario. Este ángulo de desfase, medido en múltiplos de 30º y en el sentido de las agujas del reloj desde la tensión mayor a la tensión menor, es el **índice horario** del transformador.

Ejemplo 2:

En el transformador trifásico de la figura 27:

a) Determine el índice horario.
b) Indique la forma de conexión según la nomenclatura normalizada.
c) Calcule la relación entre las relaciones de transformación de tensiones m_T y la relación de transformación m (suponga que el primario es el lado de A.T.).

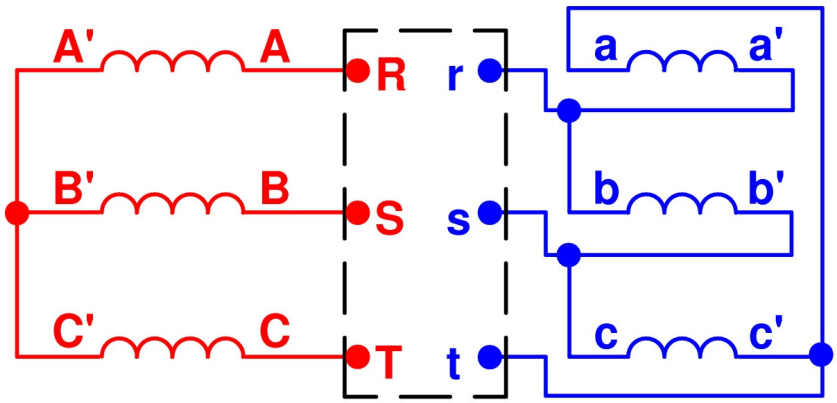


Fig. 27: Esquema de conexiones del transformador

Resolución:

a)

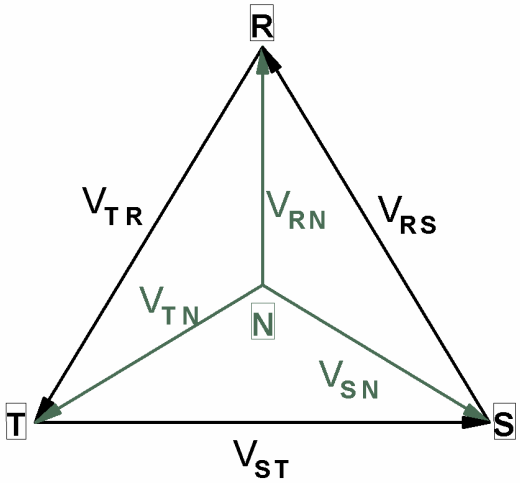


Fig. 28: Diagrama fasorial de tensiones de un sistema trifásico equilibrado

Es sabido que en un sistema trifásico las tensiones de línea forman un triángulo equilátero, cuyos vértices se corresponden con las tres fases de la red (Fig. 28). El centro de este triángulo representa el neutro. De esta forma las tensiones fase-neutro van desde el centro de este triángulo hasta sus vértices (Fig. 28).

En el caso del transformador que nos ocupa, el devanado de A.T. está conectado en estrella, por lo que las tensiones de fase son iguales las tensiones fase-neutro de la red a la que está conectado. Tal como están realizadas las conexiones del transformador (Fig. 27) se tiene que los terminales A', B' y C' están a la tensión del neutro de la red de A.T. y los terminales A, B y C están conectados a las fases de esta red. Por lo tanto, de las Figs. 27 y 28 se deduce el diagrama fasorial del bobinado de A.T. representado en la Fig. 29a.

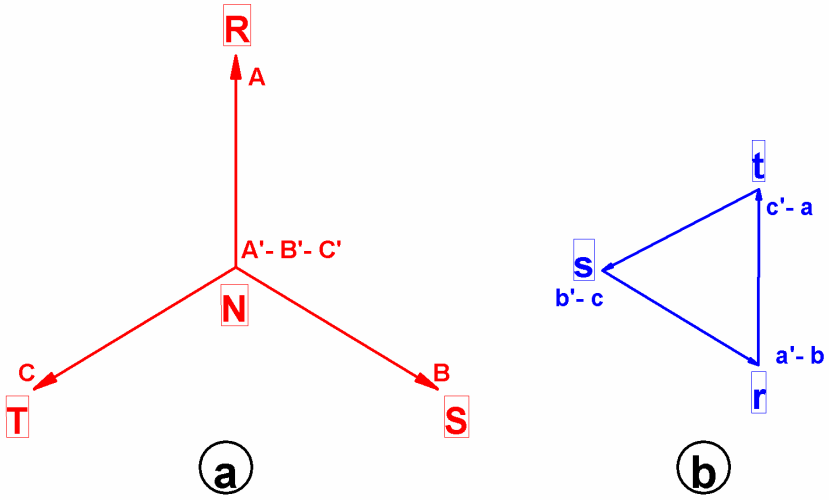


Fig. 29: Diagramas fasoriales de los devanados de A.T. ***(a)*** *y de B.T.* ***(b)*** *del transformador*

A continuación se dibuja el diagrama fasorial del arrollamiento de B.T. teniendo en cuenta que las tensiones $V_{aa'}$, $V_{bb'}$ y $V_{cc'}$ están en fase, respectivamente, con $V_{AA'}$, $V_{BB'}$ y $V_{CC'}$ y que, dada la conexión triángulo de este devanado, estas tensiones son de línea y forman, por lo tanto, un triángulo equilátero. Además, según se aprecia en la Fig. 27, los terminales a y c' están a igual tensión y lo mismo sucede con los terminales b y a' y con c y b', respectivamente. También se tiene que, según la Fig. 27, las fases r, s y t de la red del lado de B.T. se corresponden, respectivamente, con los terminales a', b' y c' del transformador. Con todo ello se obtiene el diagrama fasorial del bobinado de B.T. representado en la Fig. 29b.

Si se dibujan superpuestos los diagramas fasoriales del devanado de A.T. (Fig. 29a) y del devanado de B.T. (Fig. 29b) de forma que los centros de ambos diagramas coincidan se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 30.

Teniendo en cuenta que la tensión fase-neutro V_{rn} del lado de B.T. es igual a la tensión entre el terminal a' (a la tensión de la fase r de la red) y el neutro de la red de B.T. (centro del triángulo de tensiones de línea del lado de B.T.), se observa en la Fig. 30 que el desfase entre las tensiones homólogas fase-neutro V_{RN} del lado de A.T. y V_{rn} del lado de B.T. (ángulo de desfase medido desde la tensión de A.T. a la de B.T. siguiendo el sentido de las agujas del reloj) es de 150º. Dividiendo este ángulo entre 30º, se obtiene que el índice horario de este transformador es 5.

Otra forma de obtener el índice horario a partir de la Fig. 30 es asimilar los fasores que representan a las tensiones V_{RN} y V_{rn} como las agujas de un reloj. La aguja larga es la correspondiente a la tensión de A.T. y la corta es la que se corresponde con la tensión de B.T. La hora que indican entonces estas agujas es el índice horario del transformador.

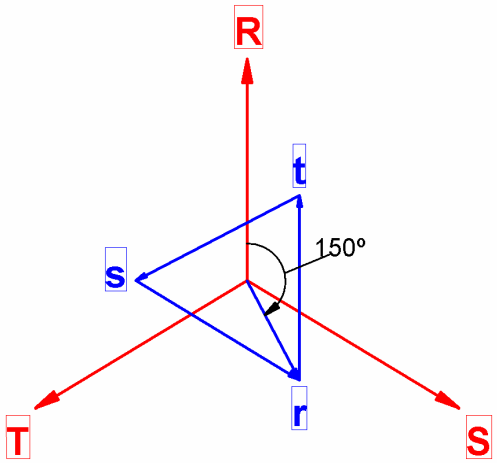


Fig. 30: Diagrama fasorial conjunto de ambos devanados del transformador

Por lo tanto, el índice horario de este transformador es 5.

b) En este caso el devanado de A.T. está conectado en estrella, el de B.T. en triángulo y el índice horario es 5. Luego, la designación normalizada de este transformador es Yd5.

c) Al tratarse de un transformador con la conexión Yd y estar alimentado por el lado de A.T., el primario está conectado en estrella y el secundario en triángulo. Por consiguiente se cumplirá que:

Primario (Estrella): $V_{1L} = \sqrt{3} \cdot V_1$ Secundario (Triángulo): $V_2 = V_{2L}$

Luego, se tiene que:

$$m_T = \frac{V_{1L}}{V_{2L}} = \frac{\sqrt{3}\, V_1}{V_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot m$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot m_T$$

En consecuencia, la relación de transformación m de este transformador se obtiene dividiendo la relación de transformación de tensiones m_T entre $\sqrt{3}$.

TRANSFORMADORES CONECTADOS EN PARALELO

Condiciones para que varios transformadores se puedan conectar en paralelo

Cuando varios transformadores se conectan en paralelo se unen entre sí todos los primarios, por una parte, y todos los secundarios por otra. Esto obliga a que todos los transformadores en paralelo tengan las mismas tensiones (tanto en módulo como en argumento) primaria y secundaria. De esto se deduce que una condición que se debe exigir siempre para que varios transformadores puedan conectarse en paralelo es que tengan las mismas tensiones asignadas en el primario y en el secundario; es decir, la misma relación de transformación.

En el caso de que se trate de transformadores trifásicos conectados en paralelo, no sólo es necesario garantizar que los valores eficaces de las tensiones asignadas primaria y secundaria (de línea) de todos los transformadores sean iguales, sino también sus argumentos. Esto indica que las condiciones necesarias para que varios transformadores trifásicos se puedan conectar en paralelo son que tengan la misma relación de transformación de tensiones m_T y el mismo índice horario.

El hecho de que todos los transformadores puestos en paralelo tengan iguales tensiones primaria y secundaria significa que, cuando se reducen los secundarios al primario, en todos los transformadores en paralelo se produce siempre la misma caída de tensión. De esto se puede deducir (como se demuestra en el siguiente apartado de este texto) que para m transformadores en paralelo se verifica la siguiente relación:

$$C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} = \ldots = C_M \cdot \varepsilon_{Mcc} \qquad (65)$$

Por lo tanto, interesa que las tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc} de todos los transformadores sean iguales para que queden igualmente cargados y se verifique siempre que:

$$C_A = C_B = \ldots = C_M$$

Así es posible conseguir que todos puedan llegar a proporcionar simultáneamente su potencia asignada (todos con C = 1) sin sobrecargar ninguno.

En resumen, las condiciones que obligatoriamente deben cumplir los transformadores que se desean conectar en paralelo son éstas:

* Transformadores monofásicos: Iguales relaciones de transformación m.
* Transformadores trifásicos: Iguales relaciones de transformación de tensiones m_T e iguales índices horarios.

Además, es recomendable que los transformadores a conectar en paralelo (mono o trifásicos) también verifiquen la condición de igualdad de tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc}.

Ecuación fundamental para transformadores en paralelo

Cuando varios transformadores están en paralelo se conectan entre sí todos los devanados primarios por una parte y todos los devanados secundarios por otra. Esto obliga a que todos los transformadores tengan la misma tensión primaria y también la misma tensión secundaria. En consecuencia, en todos los transformadores puestos en paralelo se produce la misma caída de tensión. De este hecho se van a obtener unas relaciones muy interesantes, como se va a comprobar seguidamente.

Considérense dos transformadores, A y B, conectados en paralelo y, por lo tanto, ambos con las mismas tensiones asignadas primaria y secundaria. Reduciendo al primario los secundarios de ambas máquinas y utilizando sus respectivos circuitos equivalentes aproximados se obtiene el circuito equivalente de la Fig. 31.

En esta figura se han utilizado los subíndices A y B para designar a las magnitudes de los transformadores A y B, respectivamente, y el subíndice T para las corrientes totales del conjunto de los dos transformadores en paralelo. Las tensiones V_1 y V'_2 son comunes a ambos aparatos.

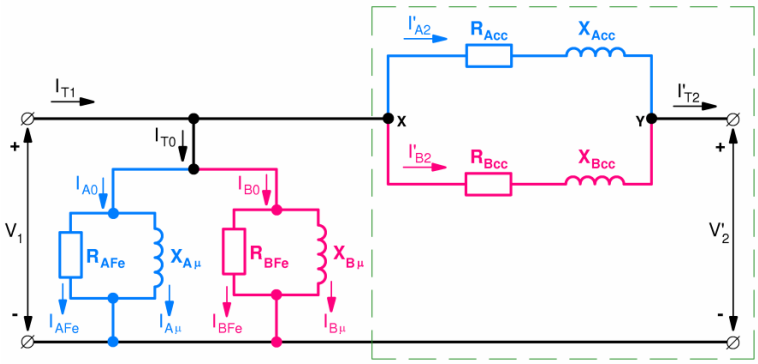


Fig. 31: Circuito equivalente de dos transformadores, A y B, puestos en paralelo

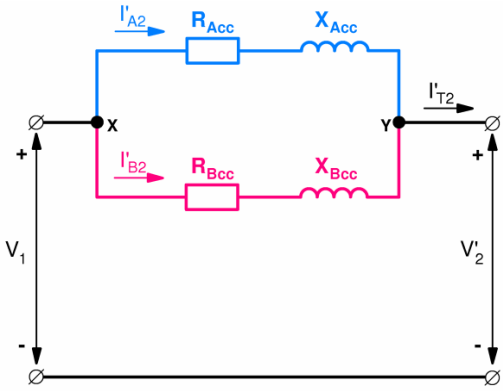


Fig. 32: Circuito equivalente simplificado de dos transformadores, A y B, en paralelo

Para el estudio de la caída de tensión basta con utilizar la parte del circuito equivalente de la Fig. 31 que está encerrada dentro de la línea de trazos. En resumen, se va a trabajar con el circuito equivalente de la Fig. 32.

Por otra parte, en muchas ocasiones, a poco importante que sea la corriente que circula por el secundario, se podrá despreciar la corriente de vacío, I_{T0}, en el circuito equivalente de la Fig. 31. Esto significa el considerar que se verifica que

$$\text{Si } I_{T0} << I'_{T2} \quad \rightarrow \quad \bar{I}_{T1} \approx \bar{I}'_{T2}$$

En la Fig. 32 es fácil comprobar que la caída de tensión entre los nudos X e Y se puede calcular tanto como la caída de tensión en la impedancia de cortocircuito del transformador A como en la del B:

$$\boxed{\bar{V}_{XY} = \bar{V}_1 - \bar{V}'_2 = \bar{Z}_{Acc} \cdot \bar{I}'_{A2} = \bar{Z}_{Bcc} \cdot \bar{I}'_{B2}} \qquad (66)$$

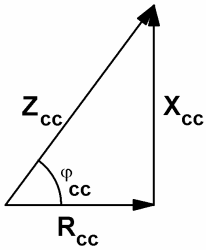


Fig. 33: Triángulo de impedancias de cortocircuito de un transformador

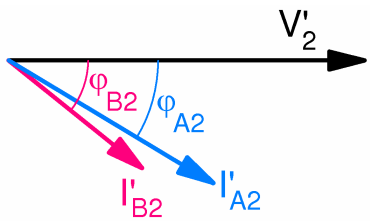


Fig. 34: Diagrama fasorial de dos transformadores en paralelo

Es sabido que el triángulo de impedancias de cortocircuito de un transformador es el representado en la Fig. 33.

Luego, se tiene que:

$$\overline{Z}_{Acc} = Z_{Acc} \angle \varphi_{Acc} ; \qquad \overline{Z}_{Bcc} = Z_{Bcc} \angle \varphi_{Bcc} \tag{67}$$

Por otra parte, si se toma el fasor de tensión secundaria $\overline{V}'_2$ como referencia, se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 34. De este diagrama se deduce lo siguiente:

$$\overline{I}'_{A2} = I'_{A2} \angle -\varphi_{A2} ; \qquad \overline{I}'_{B2} = I'_{B2} \angle -\varphi_{B2} \tag{68}$$

Luego, la expresión (66) se puede poner así:

$$\left(Z_{Acc} \angle \varphi_{Acc}\right) \cdot \left(I'_{A2} \angle -\varphi_{A2}\right) = \left(Z_{Bcc} \angle \varphi_{Bcc}\right) \cdot \left(I'_{B2} \angle -\varphi_{B2}\right) \tag{69}$$

Trabajando por separado con los módulos y los argumentos de las magnitudes complejas de la ecuación (69) se obtienen las siguientes conclusiones.

* El módulo del producto de dos complejos es igual al producto de sus módulos. Luego, de (69) se deduce que:

$$Z_{Acc} \cdot I'_{A2} = Z_{Bcc} \cdot I'_{B2} \tag{70}$$

Recuérdese que el índice de carga C verifica lo siguiente

$$C = \frac{I'_2}{I_{1N}} \rightarrow I'_2 = C \cdot I_{1N} \tag{71}$$

y que la tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} es así:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc}\, I_{1N}}{V_{1N}} 100 \rightarrow Z_{cc} = \frac{V_{1N}}{I_{1N}} \cdot \frac{\varepsilon_{cc}}{100} \tag{72}$$

De todo lo anterior, se obtiene que la relación (70) se convierte en

$$\left(\frac{V_{1N}}{I_{A1N}} \cdot \frac{\varepsilon_{Acc}}{100}\right) \cdot \left(C_A \cdot I_{A1N}\right) = \left(\frac{V_{1N}}{I_{B1N}} \cdot \frac{\varepsilon_{Bcc}}{100}\right) \cdot \left(C_B \cdot I_{B1N}\right) \tag{73}$$

$$\boxed{C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc}} \tag{74}$$

El producto $C \cdot \varepsilon_{cc}$ toma el mismo valor para todos los transformadores puestos en paralelo. Esta es la ecuación fundamental que permitirá el estudio de transformadores conectados en paralelo.

* Por otra parte, el argumento del producto de dos complejos es igual a la suma de sus argumentos. Luego, de (69) se deduce que:

$$\varphi_{Acc} + (-\varphi_{A2}) = \varphi_{Bcc} + (-\varphi_{B2}) \quad \rightarrow \quad \boxed{\varphi_{B2} - \varphi_{A2} = \varphi_{Bcc} - \varphi_{Acc}} \qquad (75)$$

Potencia máxima total

En el caso de que las tensiones relativas de cortocircuito de los transformadores no sean iguales sucede que:

* Los transformadores están desigualmente cargados. Según se desprende de la relación (74), el transformador más cargado (el más "duro"), es decir, el que tiene un índice de carga C mayor, es aquel cuya tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} es menor. Obviamente interesa que el transformador más cargado sea el de mayor potencia asignada para obtener una mayor potencia máxima total.

* Sea J el transformador más cargado. Si no se desea sobrecargar ninguno de los transformadores, la potencia máxima que debe proporcionar cada transformador se obtendrá cuando el transformador más cargado J proporcione su potencia asignada, es decir, cuando su índice de carga valga la unidad. Luego:

$$\left.\begin{aligned} C_J &= 1 \\ C_A \cdot \varepsilon_{Acc} &= C_J \cdot \varepsilon_{Jcc} \end{aligned}\right\} \; C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = \varepsilon_{Jcc} \quad \rightarrow \quad C_A = \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} \qquad (76)$$

Es decir, la máxima potencia que debe suministrar el transformador A será:

$$S_A = \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} S_{AN} \qquad (77)$$

Normalmente los transformadores tienen ángulos φ_{cc} muy similares, por lo que de la expresión (75) se deduce lo siguiente:

$$\varphi_{Acc} \approx \varphi_{Bcc} \quad \rightarrow \quad \varphi_{B2} - \varphi_{A2} = \varphi_{Bcc} - \varphi_{Acc} \approx 0$$

$$\boxed{\varphi_{A2} \approx \varphi_{B2}} \qquad (78)$$

Se observa, pues, que las corrientes que circulan por los transformadores en paralelo prácticamente están en fase. Por ello no se comete un error apreciable al sumarlas aritméticamente y no vectorialmente:

$$I'_{T2} \approx I'_{A2} + I'_{B2} + \ldots + I'_{M2} \qquad (79)$$

Luego, también se cumple que:

$$S_T \approx S_A + S_B + \ldots + S_M \qquad (80)$$

Por consiguiente, la máxima potencia que pueden proporcionar los transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos es:

$$S_{TN} \approx \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} S_{AN} + \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Bcc}} S_{BN} + \ldots + \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Mcc}} S_{MN} \qquad (81)$$

donde J es el transformador más cargado (o sea, el de menor tensión relativa de cortocircuito ε_{cc}).

Ejemplo 3:

Dos transformadores trifásicos, A y B, de 12 000/3000 V y 50 Hz están conectados en paralelo. El transformador A es de 800 kVA, tiene la conexión Yd5 y su tensión relativa de cortocircuito es 4%. El transformador B es de 500 kVA, tiene la conexión Dy5 y su tensión relativa de cortocircuito es 5%.

a) Calcular la máxima potencia aparente (S_{TN}) que puede proporcionar el conjunto de estos dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos.
b) Estos transformadores están alimentando una carga que demanda 810 kW con factor de potencia 0,9 inductivo. Calcular la potencia aparente que suministra cada uno de ellos.

Resumen de datos:

m_T = 12 000/3000 V	f = 50 Hz		
Transformador A:	Yd5	S_{AN} = 800 kVA	ε_{Acc} = 4%
Transformador B:	Dy5	S_{BN} = 500 kVA	ε_{Bcc} = 5%
Carga total:	810 kW	cos φ_{2T} = 0,9 inductivo	

Resolución:

Obsérvese que ambos transformadores tienen la misma relación de transformación de tensiones (m_T) y el mismo índice horario (5), aunque las formas de conexión sean distintas (el transformador A es estrella - triángulo y el transformador B es triángulo - estrella). Por lo tanto, cumplen las condiciones necesarias para poderse acoplar en paralelo.

a) El transformador que quedará más cargado será el A por ser el que tiene una tensión de cortocircuito menor ($\varepsilon_{Acc} < \varepsilon_{Bcc}$). Suponiendo que los ángulos φ_{cc} de ambos transformadores tienen valores parecidos se pueden sumar aritméticamente las potencias aparentes de estos transformadores sin cometer un error excesivo (relaciones (78) y (80)).

Por lo tanto, aplicando la relación (81), donde ahora el transformador más cargado "J" es el transformador "A", queda lo siguiente:

$$S_{TN} = S_{AN} + \frac{\varepsilon_{Acc}}{\varepsilon_{Bcc}} S_{BN} = 800 + \frac{4}{5} 500 = 1200 \text{ kVA}$$

Al aplicar la fórmula anterior hay que tener cuidado de expresar todas las potencias con la misma unidad (kVA en este caso).

La máxima potencia que pueden proporcionar ambos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos vale S_{TN} = 1200 kVA.

Nótese que al no cumplirse la condición recomendable de igualdad de las tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc}, la potencia máxima S_{TN} es inferior a la suma de las potencias asignadas de los dos transformadores ($S_{AN} + S_{BN} = 1300$ kVA > 1200 kVA $= S_{TN}$), con lo que no se puede aprovechar íntegramente su capacidad de suministrar potencia.

Es más, en un caso totalmente desfavorable la potencia S_{TN} puede ser inferior a la potencia asignada de uno de los transformadores, dándose la paradoja que con uno sólo de los transformadores se puede proporcionar más potencia que con varios en paralelo.

Así, si se tuvieran dos transformadores en paralelo iguales a los del enunciado de este ejemplo, salvo que las tensiones relativas de cortocircuito fueran $\varepsilon_{Acc} = 10\%$ y $\varepsilon_{Bcc} = 2\%$, sucedería, según relación (81), que la potencia S_{TN} vale 660 kVA; lo cual es inferior a S_{AN} (= 800 kVA). En este caso el transformador A funcionando solo podría suministrar más potencia que acoplado en paralelo con el transformador B.

b) Como la potencia que consume la carga viene expresada en kW se trata de la potencia activa total en el secundario P_{2T}. Por lo tanto, la potencia aparente total vale:

$$S_T = \frac{P_{2T}}{\cos \varphi_{2T}} = \frac{810 \text{ kW}}{0{,}9} = 900 \text{ kVA}$$

Como esta potencia es inferior a S_{TN} estos transformadores podrán suministrarla sin sobrecargar ninguno de ellos.

Las relaciones (74) y (80) permiten escribir lo siguiente:

$$\left| \begin{array}{l} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_A + S_B = S_T \end{array} \right.$$

La relación (38) permite modificar la primera de las dos ecuaciones anteriores para obtener este nuevo sistema de ecuaciones:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{S_A}{S_{AN}} \cdot \varepsilon_{Acc} = \frac{S_B}{S_{BN}} \cdot \varepsilon_{Bcc} \\ S_A + S_B = S_T \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \left| \begin{array}{l} \frac{S_A}{800} \cdot 4 = \frac{S_B}{500} \cdot 5 \\ S_A + S_B = 900 \end{array} \right.$$

La resolución de este sistema da los siguientes valores: $S_A = 600$ kVA y $S_B = 300$ kVA.

En el sistema de ecuaciones anterior hay que tener cuidado de utilizar la misma unidad para todas las potencias (kVA en este caso).

Cuando la carga demanda a los dos transformadores en paralelo una potencia de 810 kW con un factor de potencia 0,9 inductivo, el transformador A suministra $S_A = 600$ kVA y el transformador B proporciona $S_B = 300$ kVA.

AUTOTRANSFORMADORES

Un autotransformador es un transformador especial que para cada fase tiene un único devanado que actúa a la vez de primario y de secundario (Fig. 35).

Al tener un solo devanado para el primario y el secundario un autotransformador es más barato que un transformador convencional y, además, tiene menos pérdidas; esto es, mejor rendimiento, y una caída de tensión menor.

Un autotransformador presenta el inconveniente, frente a un transformador normal, de que en el caso de producirse un cortocircuito aparecen corrientes de falta muy elevadas. Esto es debido al pequeño valor de su tensión relativa de cortocircuito ε_{cc}.

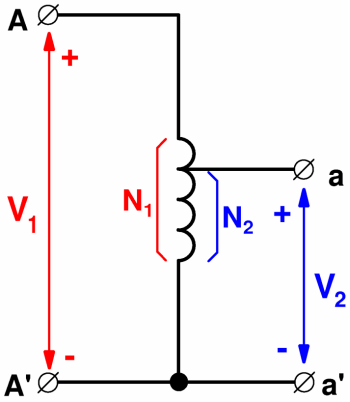


Fig. 35: Autotransformador monofásico

Sin embargo, el principal inconveniente de un autotransformador es que no existe aislamiento entre los circuitos primario y secundario de cada fase. En un transformador normal los dos devanados de una fase están aislados entre sí. Son circuitos que están ligados a través de un campo magnético, pero eléctricamente están separados. Sin embargo, en un autotransformador este aislamiento no existe; pues se trata del mismo devanado que actúa a la vez como primario y como secundario.

Así, tomando un caso extremo, si el autotransformador de la Fig. 35 tiene una relación de transformación de 10000/100 V sucede que entre los terminales A y A' hay 10000 V y entre los terminales a y a' hay 100 V, siendo A' = a' el borne común. Si el terminal A, por accidente, queda conectado a tierra sucede que, como entre A y A' hay 10000 V, el punto A' está a una tensión de 10000 V con respecto a tierra. Esto significa que el lado de B.T. entre a y a' hay 100 V, pero a' se encuentra a 10000 V con respecto a tierra. Es decir, en un circuito de B.T. pueden aparecer tensiones muy elevadas con respecto a tierra, lo cual resulta muy peligroso.

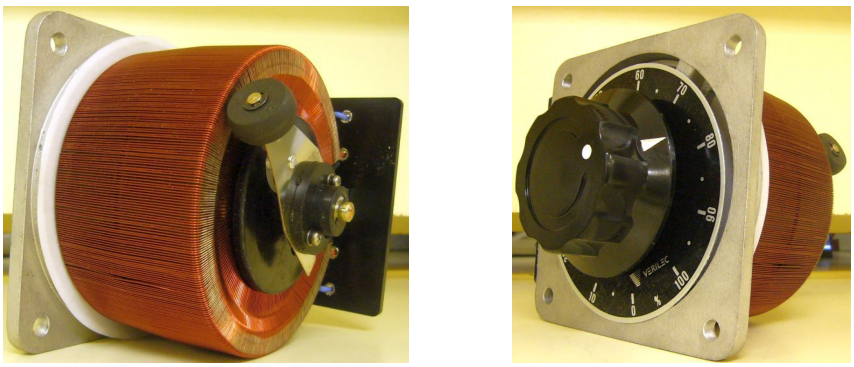


Fig. 36: Variac monofásico

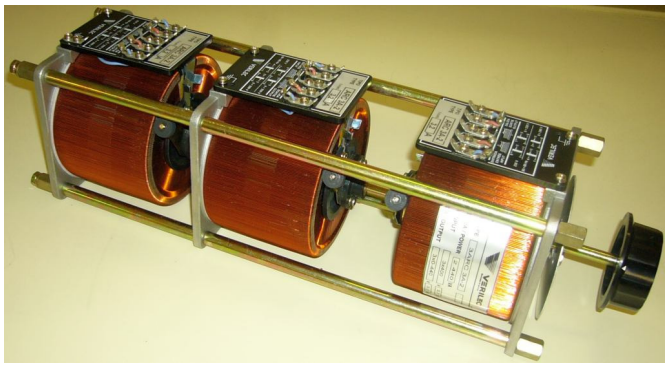


Fig. 37: Variac trifásico

Para reducir este riesgo, el punto común (A´ = a') debe conectarse a tierra y las tensiones del primario y del secundario no deben ser muy diferentes entre sí. Sólo se admite que las tensiones de los circuitos primario y secundario sean muy diferentes si en ambos circuitos no hay ningún punto con una tensión superior a 250 V con respecto a tierra.

Hay autotransformadores en los que el terminal a no es fijo sino que se mueve mediante un cursor. Esto permite variar la relación de transformación del autotransformador y, por lo tanto, obtener una tensión secundaria variable a voluntad. Este tipo de autotransformadores se denomina **variac** y en ellos el núcleo magnético de cada fase suele tener forma de toro alrededor del cual se bobina el arrollamiento que hace de primario y de secundario a la vez (Figs. 36 y 37).

TRANSFORMADORES DE MEDIDA Y DE PROTECCIÓN

La medida directa de tensiones elevadas exigiría disponer de un voltímetro con unos aislamientos enormes y, además, resultaría peligroso que alguien se acercara a él para realizar la lectura de sus indicaciones.

Por esta razón, para la medida de tensiones alternas elevadas se utilizan **transformadores de tensión** conectados según se indica en la Fig. 38.

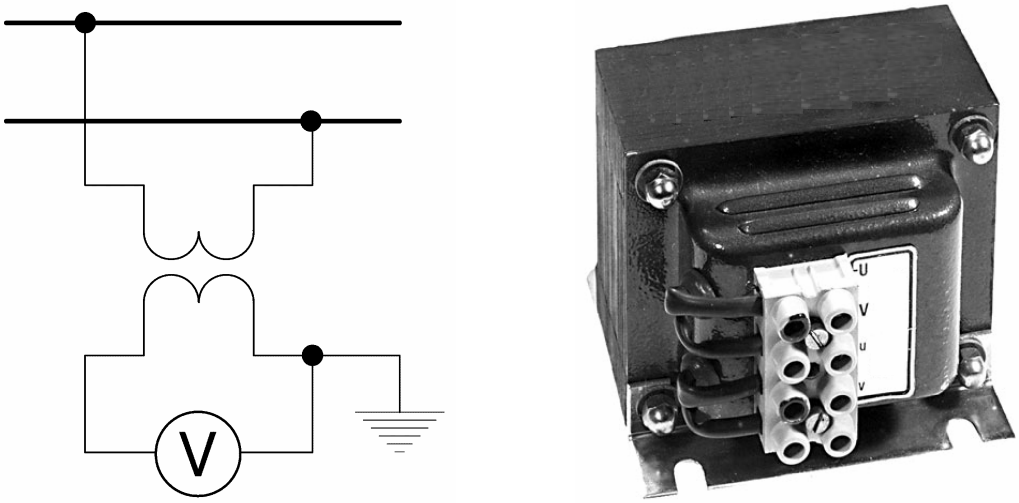


Fig. 38: Transformador de tensión

Así, si se desea medir una tensión alterna de 10000 V se puede utilizar un voltímetro de 110 V y un transformador de tensión de relación de transformación de 10000/110 V (es decir, cuando el circuito está a 10000 V, el transformador de tensión suministra 110 V al voltímetro).

Las lecturas que se realicen con este voltímetro habrá que multiplicarlas por 10000/110 para obtener el valor de la tensión medida.

La tensión asignada secundaria de los transformadores de tensión (la que se suministra al voltímetro) suele ser de 110 V.

Análogamente, para la medida de corrientes alternas elevadas o de corrientes alternas en circuitos de alta tensión se utilizan **transformadores de intensidad** conectados como se indica en la Fig. 39.

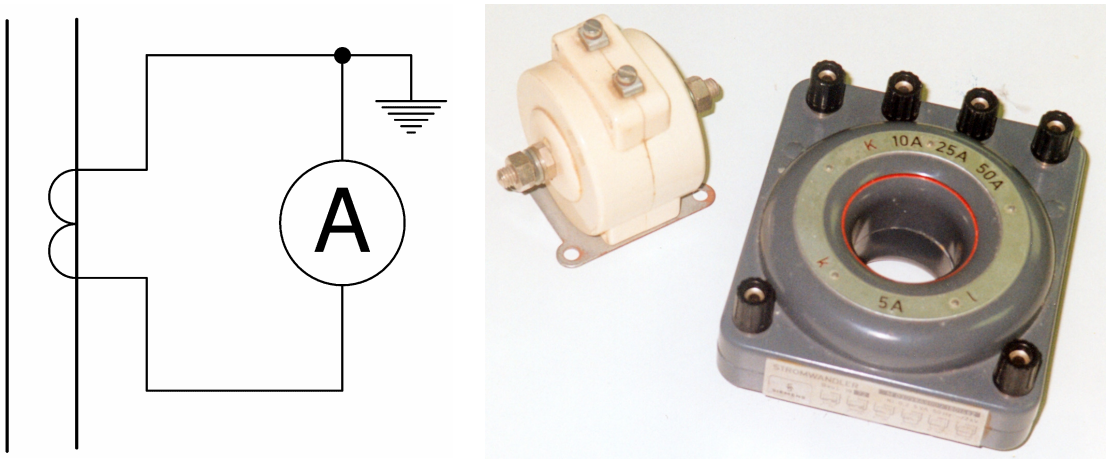


Fig. 39: Transformador de intensidad

Así, si se desea medir una intensidad de 500 A se pueden utilizar un amperímetro de 5 A y un transformador de intensidad de relación de transformación 500/5 A (es decir cuando circulen 500 A por el circuito, el transformador de intensidad suministra 5 A al amperímetro). Las lecturas que se realicen con este amperímetro habrá que multiplicarlas por 500/5 para obtener la intensidad medida.

La intensidad secundaria de los transformadores de intensidad (la que suministran al amperímetro) suele ser 5 ó 1 A.

No es conveniente utilizar los transformadores de medida (tanto de tensión, como de intensidad) para medir magnitudes cuyos valores difieran mucho de los valores asignadas del primario de estos transformadores, pues se pierde precisión en la medida.

Los transformadores de medida permiten aislar galvánicamente el circuito que se está midiendo de los aparatos de medida. De esta forma, los aparatos de medida se encuentran sometidos a una tensión respecto a tierra menos peligrosa y, por consiguiente, más segura para las personas que se acerquen a leer sus indicaciones. Se recomienda poner a tierra uno de los terminales del secundario del transformador de medida.

Con los transformadores de intensidad hay que tener cuidado de no dejar nunca el secundario abierto (es decir, desconectado), pues puede dar lugar a sobretensiones peligrosas.

Los **transformadores de protección** (de tensión y de corriente) son similares a los de medida, pero su secundario no alimenta aparatos de medida sino aparatos de protección, tales como: relés magnetotérmicos, relés diferenciales, etc.

BIBLIOGRAFÍA

[1] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[2] CORRALES MARTIN. 1982. *Cálculo Industrial de máquinas eléctricas (2 tomos)*. Barcelona: Marcombo.

[3] EQUIPO EPS ZARAGOZA. 1981. *Tecnología de Electricidad 4 instalaciones y líneas*. Barcelona: EDEBE.

[4] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[5] FRAILE MORA, J. 2008. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[6] FRAILE MORA y GARCÍA GUTIÉRREZ. *Prácticas de Electrotecnia*. Madrid: Dpto. de Publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Madrid.

[7] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético. Tomo IV. Las máquinas eléctricas II*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.

[8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo 2*. Moscú: Editorial Mir.

[9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Editorial Mir.

[10] LANGSDORF. 1977. *Teoría de las máquinas de c.a.* Méjico: McGraw-Hill.

[11] RAS OLIVA. 1998. *Transformadores de potencia, de medida y protección*. Barcelona: Marcombo.

[12] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.

PROBLEMAS DE TRANSFORMADORES

1) Un transformador monofásico de 5000 kVA, 12000/30000 V, 50 Hz consume 15 kW y 12 A cuando funciona en vacío y tiene estos parámetros de cortocircuito: Z_{cc} = 1,25 Ω y R_{cc} = 0,125 Ω.

- **a)** Calcular los parámetros R_{Fe} y X_μ y las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN}.
- **b)** Calcular la tensión relativa de cortocircuito ε_{cc}.
- **c)** Intensidad que circula por el primario en régimen permanente cuando hay un cortocircuito en el secundario.
- **d)** Tensión que existe en el secundario cuando el primario está conectado a la tensión asignada y el transformador alimenta una carga de 4000 kVA con factor de potencia 0,75 capacitivo.
- **e)** Rendimiento cuando alimenta a una carga de 3500 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
- **f)** Potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo con factor de potencia unidad.

2) Un transformador trifásico estrella-triángulo de 12000/220 V, 300 kVA y 50 Hz tiene una impedancia de cortocircuito Z_{cc} de 30 Ohms.
Cuando el transformador está en vacío conectado a la tensión y frecuencia asignadas consume 5400 W. Sus pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} son de 10485 W.
Calcular:

- **a)** Parámetros de la rama en serie del circuito equivalente del transformador y la tensión relativa de cortocircuito ε_{cc}.
- **b)** Intensidad que circula en régimen permanente por el primario cuando hay un cortocircuito trifásico simétrico en el secundario.
- **c)** Tensión en el secundario cuando el transformador tiene su primario conectado a la tensión asignada y alimenta una carga de 200 kW con factor de potencia 0,8 capacitivo.
- **d)** Rendimiento del transformador cuando alimenta una carga de 225 kVA con factor de potencia 0,9 inductivo.
- **e)** Potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo con factor de potencia 0,95.

3) Un transformador trifásico Dy5 12000/500 V, 500 kVA y 50 Hz consume 9000 W en vacío y su impedancia de cortocircuito vale $\overline{Z}_{cc} = 69{,}3 \,\underline{|\, 64{,}5^\circ}$ Ohms.

Calcular:

- **a)** Parámetros de la rama en serie del circuito equivalente.
- **b)** Tensiones relativas de c.c.: ε_{Acc}, ε_{ARcc} y ε_{AXcc}.

Este transformador A se acopla en paralelo con otro B de 12000/500V, 200 kVA, 50 Hz con la conexión de Yd5 cuyas pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} son 5000 W y su ángulo de cortocircuito φ_{cc} es de 69,7º.
Calcular:

- **c)** Tensiones relativas de c.c. del nuevo transformador.
- **d)** Máxima potencia aparente que pueden proporcionar ambos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno.
- **e)** Reparto de potencias aparentes entre ambos cuando alimentan una carga de 400 kW y factor de potencia 0,8 inductivo.

4) Un transformador trifásico Dy5 de 8000 kVA y 66000/15000 V consume 7A y 60000 W en vacío y tiene estos parámetros relativos de cortocircuito $\varepsilon_{cc} = 6{,}54\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}31\%$.
Calcular:
- **a)** Parámetros del circuito equivalente.
- **b)** Intensidad de línea que circula en régimen permanente por el primario cuando se produce un cortocircuito en el secundario.
- **c)** Potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo para un factor de potencia 0,8 capacitivo.
- **d)** Tensión que hay que aplicar en el primario para conseguir alimentar a 15000 V una carga de 5000 kW con factor de potencia 0,8 capacitivo.
- **e)** Este transformador se acopla en paralelo con otro Yd5 de 8000 kVA, 66000/15000 V y $\varepsilon_{cc} = 9\%$. ¿Cuál es la máxima potencia aparente que el conjunto de los dos transformadores puede suministrar sin sobrecargar ninguno de ellos?
- **f)** La potencia aparente que suministra cada uno de estos dos transformadores conectados en paralelo cuando la carga total que alimentan consume 462 A.

5) Se tiene un transformador trifásico Yd5 de 15000/400 V y 500 kVA cuyo factor de potencia en cortocircuito vale $\cos \varphi_{cc} = 0{,}71$.
Las pérdidas en el hierro a tensión asignada de esta máquina son 6 kW y las pérdidas en el cobre asignadas son 14,8 kW.
Este transformador está conectado en paralelo con otro de 300 kVA, tensión relativa de cortocircuito de 3%, ángulo φ_{cc} de 45° y pérdidas en el hierro de 4500 W.
Ambos transformadores alimentan una carga de 480 kW y factor de potencia 0,8 inductivo.
Calcular:
- **a)** Parámetros R_{Fe}, R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} del primer transformador.
- **b)** Parámetros ε_{Rcc}, ε_{cc} y ε_{cc} de ambos transformadores.
- **c)** Máxima potencia aparente que ambos transformadores en paralelo pueden proporcionar sin sobrecargar ninguno de ellos.
- **d)** Reparto de la carga de 480 kW entre los dos transformadores.

6) Se tiene un transformador monofásico de 10 kVA, 230/2300 V cuyas pérdidas en el hierro valen 70 W y las pérdidas en el cobre son 240 W cuando por el secundario circula una corriente de 4,5 A. Su tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} es 5,04%.
- **a)** Calcular los parámetros R_{Fe}, R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} del circuito equivalente.
- **b)** Calcular las tensiones relativas ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
- **c)** Obtener las intensidades permanentes de cortocircuito en el primario y en el secundario.
- **d)** Este transformador se acopla en paralelo con otro de 12 kVA y $\varepsilon_{cc} = 4\%$. ¿Cómo se reparte entre ellos una carga de 16 kW y factor de potencia 0,8 inductivo?
- **e)** Potencia aparente de máximo rendimiento y rendimiento máximo del transformador de 10 kVA cuando funciona sólo y con factor de potencia 0,9.

7) Se tiene un transformador trifásico Yd5 de 2 MVA, 30000/400 V, tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} igual a 5,75 %, pérdidas en el cobre asignadas de 22200 W y pérdidas en el hierro de 6000 W. Calcular:

- **a)** Los siguientes parámetros: Z_{cc}, R_{cc}, X_{cc}, ε_{Rcc} y ε_{Xcc}.
- **b)** Corriente permanente de cortocircuito trifásico en el primario.
- **c)** Tensión en el secundario cuando el transformador funciona a marcha industrial alimentando una carga de 1,44 MW con factor de potencia 0,8 inductivo.
- **d)** Rendimiento en el caso anterior.
- **e)** Índice de carga óptimo y rendimiento máximo para factor de potencia unidad.
- **f)** La instalación que este transformador alimenta va a sufrir una ampliación de tal forma que en el caso más desfavorable va a necesitar 2,9 MVA. Por lo tanto, este transformador es insuficiente para atender este consumo y se piensa en instalar en paralelo con él otro de estas características: conexión Dy5, 30000/400 V, 1 MVA, ε_{cc} = 5% ¿Podrán atender estos dos transformadores en paralelo la demanda de potencia de la instalación ampliada?

8) Un transformador trifásico Yd5 de 1000 kVA, 20000/400 V, 50 Hz consume en vacío 0,24 A y 2352 W y su impedancia de cortocircuito es $\overline{Z}_{cc} = 24 \left| \underline{76{,}78^{\circ}} \right. \Omega$.

- **a)** Calcular las tensiones y las corrientes asignadas, así como las pérdidas en el hierro y en el cobre asignadas.
- **b)** Calcular los parámetros R_{Fe}, X_{μ}, R_{cc}, X_{cc} y Z_{cc} del circuito equivalente del transformador.
- **c)** Calcular las caídas relativas de tensión ε_{Rcc}, ε_{Xcc} y ε_{cc}.
- **d)** Si se produce un cortocircuito en el secundario del transformador ¿cuáles serán los valores de las corrientes primaria y secundaria de fase y de línea en régimen permanente?
- **e)** Si se aplican 20000 V al primario y se conecta una carga en el secundario que absorbe 700 kW con un factor de potencia 0,8 capacitivo ¿cuál será la tensión de línea en el secundario?
- **f)** Calcular la potencia aparente de máximo rendimiento del transformador y el rendimiento máximo para un factor de potencia unidad.
- **g)** Se acopla en paralelo este transformador con otro Yd5 de 800 kVA, con una tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} = 7% y con la misma relación de transformación 20000/400 V. ¿Cuál será la máxima potencia aparente que puede proporcionar el conjunto de estos dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos?
- **h)** ¿Cuáles son las potencias aparentes proporcionadas por cada uno de estos dos transformadores cuando el conjunto de ambos en paralelo alimenta una carga de 800 kVA?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS DE TRANSFORMADORES

1) **a)** $R_{Fe} = 9600\ \Omega$, $X_\mu = 1006\ \Omega$, $P_{CuN} = 21705$ W; **b)** $\varepsilon_{cc} = 4{,}341\%$; **c)** $I_{1falta} = 9600$ A;
d) $V_2 = 30607$ V; **e)** $\eta = 99{,}1\%$; **f)** $S_{opt} = 4156{,}49$ kVA, $\eta_{Máx} = 99{,}28\%$

2) **a)** $R_{cc} = 17{,}34\ \Omega$, $X_{cc} = 24{,}48\ \Omega$, $\varepsilon_{cc} = 6{,}25\%$; **b)** $I_{1faltaL} = 230{,}94$ A;
c) $V_2 = 220{,}324$ V; **d)** $\eta = 94{,}6\%$; **e)** $S_{opt} = 211{,}8$ kVA, $\eta_{Máx} = 94{,}9\%$

3) **a)** $R_{Acc} = 29{,}78\ \Omega$, $X_{Acc} = 62{,}33\ \Omega$; **b)** $\varepsilon_{Acc} = 8{,}02\%$, $\varepsilon_{ARcc} = 3{,}45\%$, $\varepsilon_{AXcc} = 7{,}22\%$;
c) $\varepsilon_{Bcc} = 7{,}20\%$, $\varepsilon_{BRcc} = 2{,}54\%$, $\varepsilon_{BXcc} = 6{,}75\%$; **d)** $S_{TN} = 650$ kVA;
e) $S_A = 346{,}15$ kVA, $S_B = 153{,}85$ kVA

4) **a)** $R_{Fe} = 217800\ \Omega$, $X_\mu = 16383\ \Omega$, $R_{cc} = 21{,}36\ \Omega$, $X_{cc} = 104{,}65\ \Omega$;
b) $I_{1faltaL} = 1070{,}3$ A; **c)** $S_{opt} = 6059{,}31$ kVA, $\eta_{Máx} = 97{,}58\%$;
d) $V_1 = V_{1L} = 64557{,}5$ V; **e)** $S_{TN} = 13813$ kVA; **f)** $S_A = 6{,}95$ MVA, $S_B = 5{,}05$ MVA

5) **a)** $R_{AFe} = 37500\ \Omega$, $R_{Acc} = 13{,}31\ \Omega$, $X_{Acc} = 13{,}19\ \Omega$;
b) $\varepsilon_{Acc} = 4{,}16\%$, $\varepsilon_{ARcc} = 2{,}96\%$, $\varepsilon_{AXcc} = 2{,}93\%$,
$\varepsilon_{Bcc} = 3\%$, $\varepsilon_{BRcc} = 2{,}12\%$, $\varepsilon_{BXcc} = 2{,}12\%$;
c) $S_{TN} = 660{,}6$ kVA; **d)** $S_A = 327{,}5$ kVA, $S_B = 272{,}5$ kVA

6) **a)** $R_{AFe} = 756\ \Omega$, $R_{Acc} = 0{,}1185\ \Omega$, $X_{Acc} = 0{,}2389\ \Omega$;
b) $\varepsilon_{ARcc} = 2{,}24\%$, $\varepsilon_{AXcc} = 4{,}52\%$;
c) $I_{A1falta} = 863$ A, $I_{A2falta} = 86{,}3$ A;
d) $S_A = 8$ kVA, $S_B = 12$ kVA; **e)** $S_{Aopt} = 5{,}6$ kVA, $\eta_{AMáx} = 97{,}3\%$

7) **a)** $Z_{cc} = 25{,}88\ \Omega$, $R_{cc} = 5\ \Omega$, $X_{cc} = 25{,}39\ \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}11\%$, $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}64\%$;
b) $I_{1faltaL} = 669{,}26$ A; **c)** $V_2 = 384{,}6$ V; **d)** $\eta = 98{,}36\%$;
e) $C_{opt} = 0{,}52$, $\eta_{Máx} = 98{,}86\%$; **f)** No

8) **a)** $V_{1NL} = 20000$ V, $V_{2NL} = 400$ V, $V_{1N} = 11547$ V, $V_{2N} = 400$ V, $I_{1NL} = 28{,}87$ A,
$I_{2NL} = 1443{,}38$ A, $I_{1N} = 28{,}87$ A, $I_{2N} = 833$ A, $P_{Fe} = 2352$ W, $P_{CuN} = 13714$ W;
b) $R_{Fe} = 169809$ Ohms, $X_\mu = 50204$ Ohms, $R_{cc} = 5{,}49$ Ohms, $X_{cc} = 23{,}38$ Ohms;
c) $\varepsilon_{Rcc} = 1{,}37\%$, $\varepsilon_{Xcc} = 5{,}85\%$, $\varepsilon_{cc} = 6\%$;
d) $I_{1faltaL} = 481{,}2$ A, $I_{2faltaL} = 24056$ A, $I_{1falta} = 481{,}2$ A, $I_{2falta} = 13889$ A;
e) $V_{2L} = 408{,}4$ V; **f)** $S_{\eta max} = 414$ kVA, $\eta_{Max} = 98{,}88\%$;
g) $S_{TN} = 1688$ kVA; **i)** $S_A = 474{,}53$ kVA, $S_B = 325{,}47$ kVA